

KAZANIM KAVRAMA ETKİNLİKLERİ LİSTESİ

4. Üçgenler

Etkinlik No.	Kazanım No.	Konu Adı	Sayfa No.
1	9.4.1.1.	Üçgenler	3
2	9.4.1.2. 9.4.1.3.	Üçgenlerde Açı Kenar Bağlılıkları	11
3	9.4.2.1. 9.4.2.2. 9.4.2.3.	Üçgenler	19
4	9.4.3.1.	İç ve Dış Açılımlar	33
5	9.4.3.2. 9.4.3.3. 9.4.3.4.	Üçgende Kenarortay, Orta Dikme ve Diklik Merkezi	43
6	9.4.4.1. 9.4.4.2.	Pisagor ve Öklid Teoremleri	53
7	9.4.4.3.	Dik Üçgende Trigonometri	63
8	9.4.5.1.	Üçgenin Alanı	71

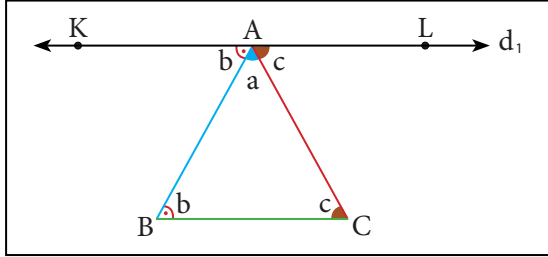
5. Veri Analizi

Etkinlik No.	Kazanım No.	Konu Adı	Sayfa No.
9	9.5.1.1.	Merkezi Eğilim ve Yayılım Ölçüleri	79
10	9.5.2.1. 9.5.2.2.	Merkezi Eğilim ve Yayılım Ölçüleri	85

Konu	Üçgenler	40 dk.
Kazanımlar	9.4.1.1: Üçgende açı özellikleri ile ilgili işlemler yapar.	
Gerekli Materyaller:	Çalışma kağıdı	

1. Yönerge

Sınıftaki bir öğrenciden tahtaya bir üçgen çizerek üçgenin herhangi bir köşesinden geçen ve bu köşenin karşındaki kenara paralel bir doğru çizmesi istenir.



Şekil 1

Çizilen şekilde $[BC] \parallel [KL]$ olduğu gösterilir.

\widehat{LAC} ile \widehat{ACB} nın; \widehat{KAB} ile \widehat{ABC} nın iç ters açılar olduğu gösterilir.

Üçgenin iç açılarının a, b, c olduğu ifade edilir.

İç ters açılarının ölçüleri eşit olduğundan $m(\widehat{KAB}) = b$ ve $m(\widehat{LAC}) = c$ olduğu gösterilir. \widehat{KAL} doğru açı olduğundan $a + b + c = 180^\circ$ olduğu gösterilir.

$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$ dir.

Buradan ABC üçgeninde iç açılarının ölçüleri toplamının 180° olduğu belirtilir.

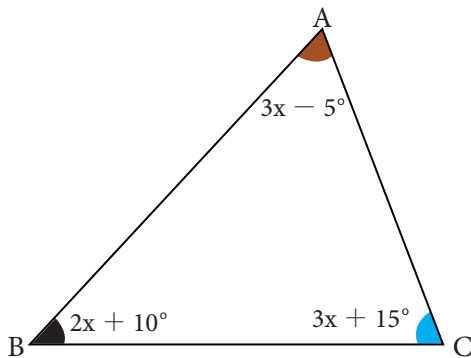
Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 1

Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri 3, 4 ve 5 sayıları ile doğru orantılı ise en küçük iç açının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.

(Cevap: 45 derecedir.)

Örnek 2



ABC bir üçgen

$$m(\widehat{BAC}) = 3x - 5^\circ$$

$$m(\widehat{ABC}) = 2x + 10^\circ$$

$$m(\widehat{BCA}) = 3x + 15^\circ$$

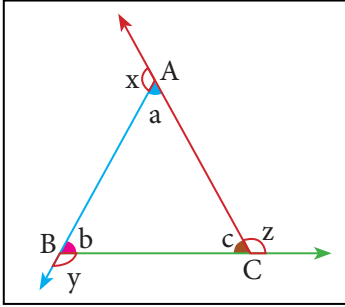
Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre en küçük iç açığı bulunuz.

(Cevap : 50 derecedir.)



2. Yönerge

Bir ABC üçgeni çizilir. Üçgenin iç açılarının komşu bütünler açıları çizilerek şekil üzerinde gösterilir.



Şekil 2

$$a + x = 180^\circ \text{ (doğru açı)}$$

$$b + y = 180^\circ \text{ (doğru açı)}$$

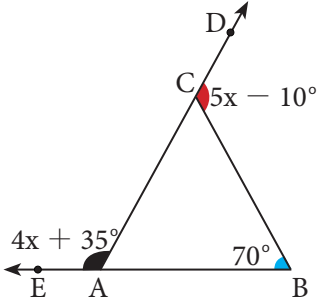
$c + z = 180^\circ$ (doğru açı) olduğu şekil üzerinde gösterilir. Bu eşitlikler taraf tarafa toplandığında $a + b + c + x + y + z = 540^\circ$ sonucuna ulaşılır.

$$180^\circ + x + y + z = 540^\circ \Rightarrow x + y + z = 360^\circ \text{ olduğu belirtilir.}$$

Buradan ABC üçgeninin dış açılarının ölçüleri toplamının 360° olduğu belirtilir.

Aşağıdaki örneklerin çözümünü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 3



ABC bir üçgen

E, A, B ve A, C, D noktaları doğrusaldır.

$$m(\widehat{EAC}) = 4x + 35^\circ$$

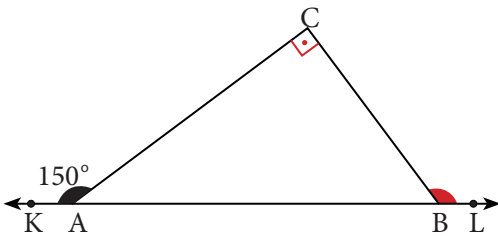
$$m(\widehat{BCD}) = 5x - 10^\circ$$

$$m(\widehat{ABC}) = 70^\circ$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre en büyük dış açığı bulunuz.

(Cevap : 135 derecedir.)

Örnek 4



ABC bir üçgen;

K, A, B ve L noktaları doğrusaldır.

$$[AC] \perp [BC]$$

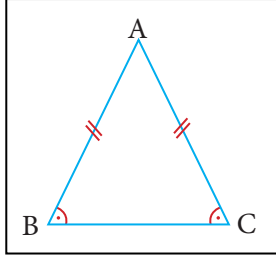
$$m(\widehat{KAC}) = 150^\circ$$

Verilen bilgilere ve yandaki şekle göre CBL açısını bulunuz.

(Cevap : 120 derecedir.)

3. Yönerge

İki kenarının uzunluğu eşit olan bir üçgen çizilerek şekil üzerinde



Şekil 3

[BC] nın taban, [AB] ve [AC] nın yan kenar olduğu belirtilir.

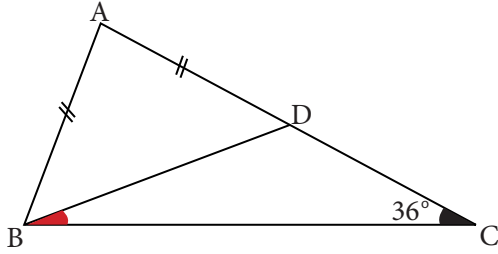
Şekil üzerinde \widehat{A} nın tepe açısı, \widehat{B} ve \widehat{C} nın taban açıları olduğu gösterilir.

$|AB| = |AC|$ ve $m(\widehat{B}) = m(\widehat{C})$ nin eşit olduğu ifade edilir.

Bu koşulları sağlayan üçgenin ikizkenar üçgen olarak tanımlandığı belirtilir.

Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 5



ABC üçgeninde

$$|AB| = |AD|$$

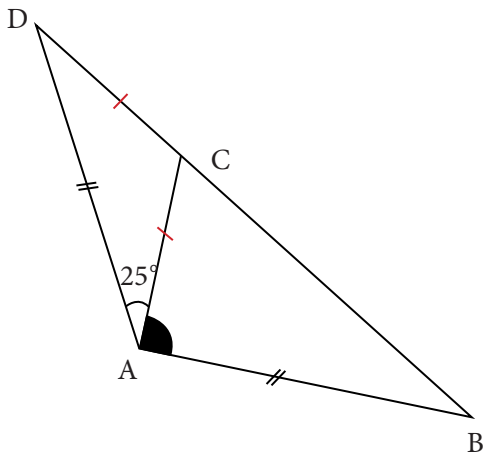
$$|AC| = |BC|$$

$$m(\widehat{ACB}) = 36^\circ$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre DBC açısını bulunuz.

(Cevap : 18 derecedir.)

Örnek 6



ABD ve ACD birer ikizkenar üçgen

$$|AB| = |AD|$$

$$|CA| = |CD|$$

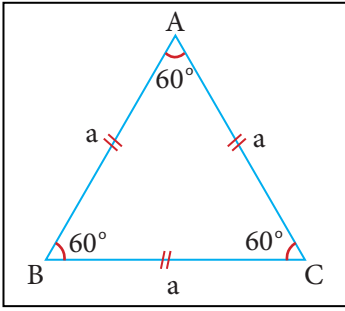
$$m(\widehat{DAC}) = 25^\circ$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre BAC açısını bulunuz.

(Cevap : 105 derecedir.)



4. Yönerge Üç kenarının uzunluğu eşit olan bir üçgen çizilerek şekil üzerinde



Şekil 4

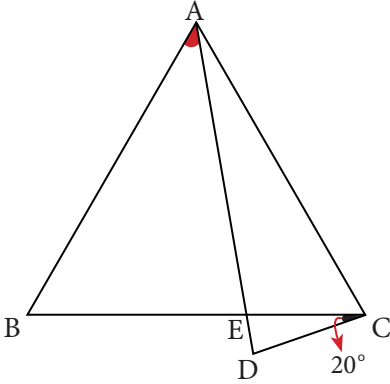
$|AB| = |AC| = |BC|$ nun eşit olduğu gösterilir.

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C})$ nin eşit olduğu gösterilir.

Bu koşulları sağlayan üçgenin eşkenar üçgen olarak tanımlandığı belirtilir.

Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 7



ABC bir eşkenar üçgen

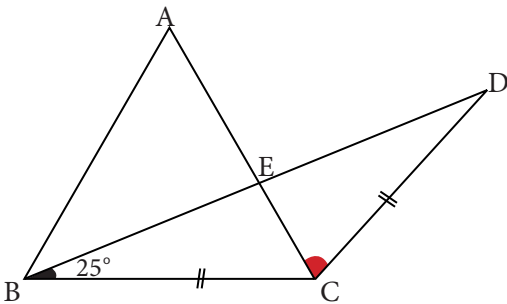
$$|AD| = |BC|$$

$$m(\widehat{BCD}) = 20^\circ$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre BAE açısını bulunuz.

(Cevap : 40 derecedir.)

Örnek 8



ABC bir eşkenar üçgen

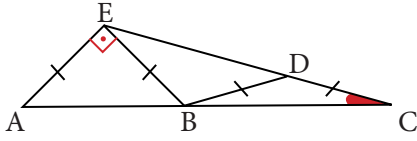
$$|BC| = |CD|$$

$$m(\widehat{CBD}) = 25^\circ$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre ACD açısını bulunuz.

(Cevap : 70 derecedir.)

Örnek 9

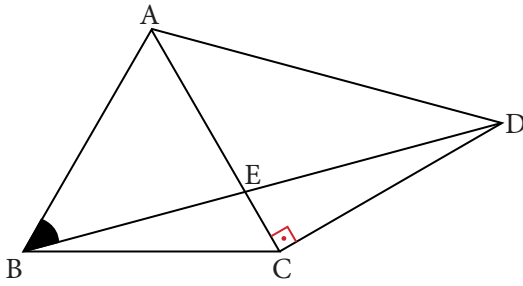


ACE bir üçgen
 $|AE| = |BE| = |BD| = |DC|$
 $[EA] \perp [EB]$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre ACE açısını bulunuz.

(Cevap : 15 derecedir.)

Örnek 10



ABC eşkenar üçgen
ACD ikizkenar dik üçgen
 $[AC] \perp [CD]$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre ABD açısını bulunuz.

(Cevap : 45 derecedir.)

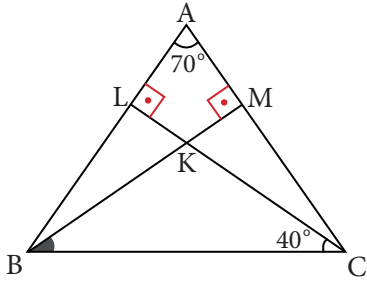
Ölçme - Değerlendirme

Çalışma kâğıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.



ÇALIŞMA KÂĞIDI

1.



ABC bir üçgen

BLC ve CMB birer dik üçgen

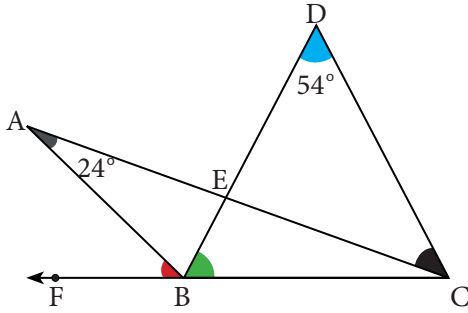
 $[AB] \perp [CL]$ ve $[AC] \perp [BM]$

$$m(\widehat{BAC}) = 70^\circ$$

$$m(\widehat{BCL}) = 40^\circ$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre MBC açısı kaç derecedir?

2.



ABC ve DBC birer üçgen

F, B ve C doğrusal

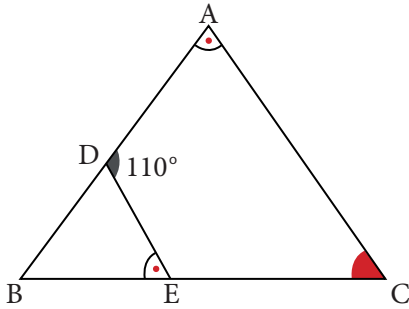
A, E ve C doğrusal

$$m(\widehat{DBC}) = 66^\circ$$

$$m(\widehat{ACD}) = 30^\circ$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre ABF açısı kaç derecedir?

3.



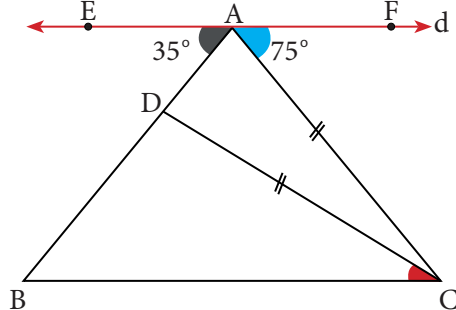
ABC ve DBE birer üçgen

$$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BED})$$

$$m(\widehat{ADE}) = 110^\circ$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre ACB açısı kaç derecedir?

4.



ABC üçgen ve ACD ikizkenar üçgendir.

E, A ve F doğrusaldır.

$$m(\widehat{BAE}) = 35^\circ$$

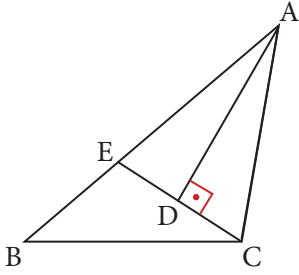
$$m(\widehat{CAF}) = 75^\circ$$

$$|AC| = |DC|$$

$$[EF] \parallel [BC]$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre BCD açısı kaç derecedir?

5.



ABC bir üçgen

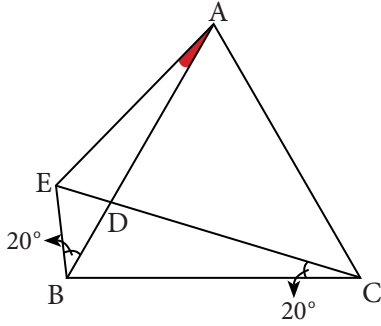
B, E ve A doğrusal

$$m(\widehat{ACE}) = 70^\circ$$

$$|ED| = |DC|, |AE| = |BC| \text{ dir.}$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre BCE açısı kaç derecedir?

6.



ABC eşkenar üçgen

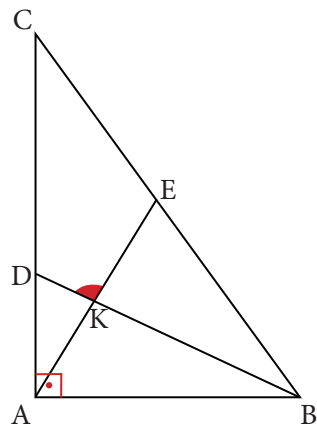
$$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{BCE}) = 20^\circ \text{ dir.}$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre BAE açısı kaç derecedir?

7. Bir ABC ikizkenar üçgeninin a, b, c kenar uzunlukları santimetre cinsinden birer tam sayıdır.

Eş kenarlardan biri b olmak üzere bu uzunluklar arasında $(a + b + c)(a - b + c) = 11$ bağıntısı olduğuna göre üçgenin kenar uzunluklarının çarpımı kaç santimetreküptür?

8.

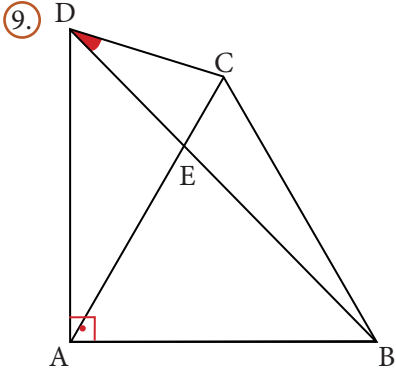


ABC bir dik üçgen

$$[AB] \perp [AC]$$

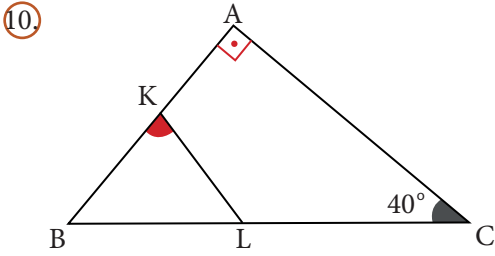
$$|AB| = |AE|, |BD| = |DC| \text{ dir.}$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre DKE açısı kaç derecedir?



ABC bir eşkenar üçgen
 $[AB] \perp [AD]$
 $|AD| = |BC|$ dir.

Verilen bilgilere ve yandaki şekle göre BDC açısı kaç derecedir?



ABC bir dik üçgen
 $[AB] \perp [AC]$
 $m(\widehat{ACB}) = 40^\circ$
 $|AB| = |AK| + |KL|$ dir.

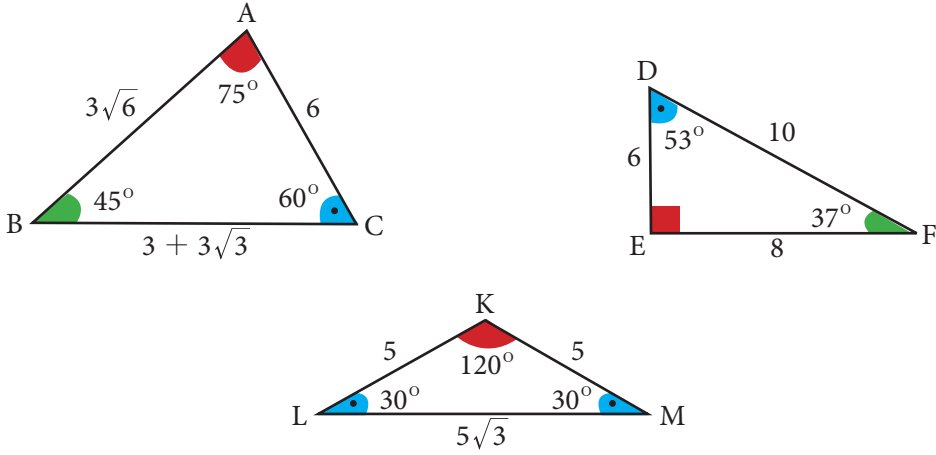
Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre BKL açısı kaç derecedir?

Öğrenme Alanı: Üçgenler

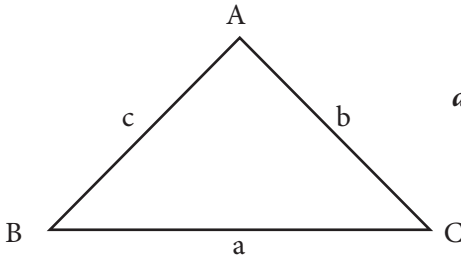
Alt Öğrenme Alanı: Üçgenlerde Açı Kenar Bağlılıları

Konu	Üçgenlerde Açı Kenar Bağlılıları	⌚ 40 dk.
Kazanımlar	9.4.1.2. Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açıların ölçülerini ilişkilendirir. 9.4.1.3. Uzunlukları verilen üç doğru parçasının hangi durumlarda üçgen oluşturduğunu değerlendirir.	
Gerekli Materyaller:	Çalışma kâğıdı	

1.Yönerge Tahtaya üç farklı üçgen çizilir, açı ve kenar uzunlukları üzerlerine yazılır.



Örnekten hareketle bir üçgende eşit olmayan iki açıdan ölçüsü büyük olan açının karşısındaki kenarın uzunluğunun ölçüsü küçük olan açının karşısındaki kenarın uzunluğundan büyük olduğu belirtilir.



$$a > b > c \Rightarrow m(\widehat{BAC}) > m(\widehat{ABC}) > m(\widehat{BCA})$$

Aşağıdaki örnekler öğrencilere çözdürülür.

Örnek 1

Bir ABC üçgeninde $m(\widehat{BAC}) = 80^\circ$ ve $m(\widehat{BCA}) = 45^\circ$ dir.

Buna göre bu üçgenin kenar uzunluklarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

$$(\text{Cevap: } |AB| < |AC| < |BC|)$$



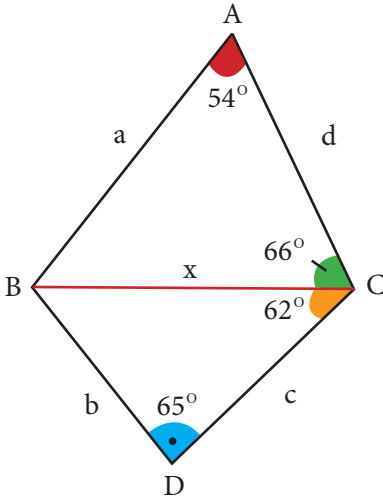
Örnek 2

Bir ABC üçgenin iç açılarının ölçüleri arasında $m(\widehat{BAC}) > m(\widehat{BCA}) > m(\widehat{ABC})$ bağıntısı vardır.

$|AC| = 8 \text{ cm}$ ve $|BC| = 13 \text{ cm}$ olduğuna göre $|AB|$ nun santimetre cinsinden alabileceği tam sayı değerleri kaç tanedir?

(Cevap : 4)

Örnek 3



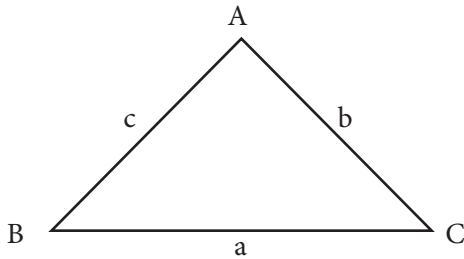
ABCD bir dörtgendir.

Şekilde verilenlere göre a,b,c,d,x ile gösterilen kenar uzunluklarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

(Cevap : $c < b < x < d < a$)

2.Yönerge

Tahtaya bir ABC üçgeni çizilir, kenar uzunlukları üzerine yazılır.



Bir üçgenin herhangi bir kenar uzunluğunun diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük, farkının mutlak değerinden büyük olduğu gösterilir.

$$|b - c| < a < b + c$$

$$|a - c| < b < a + c$$

$$|a - b| < c < a + b$$

Bu bağıntının üçgen eşitsizliği olarak ifade edildiği belirtilir.

Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 4

Aşağıda uzunlukları verilen doğru parçaları ile bir üçgen oluşturulup oluşturulamayacağını inceleyiniz.

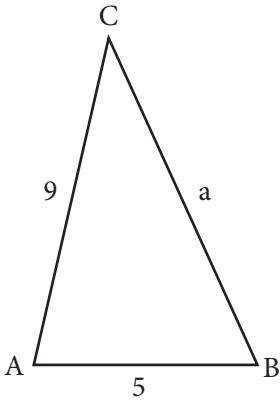
a) $|AB| = 10$ cm, $|CD| = 8$ cm, $|EF| = 6$ cm (Cevap: Üçgen oluşturur.)

b) $|AB| = 7$ cm, $|CD| = 15$ cm, $|EF| = 6$ cm

(Cevap: Üçgen oluşturulamaz.)

Üç doğru parçasının uzunlukları üçgen eşitsizliklerinden birini sağlıyorsa bu doğruları kenar kabul eden üçgenin çizilebileceği ifade edilir.

Örnek 5



Bir ABC üçgeninde

$$m(\widehat{BAC}) > m(\widehat{BCA})$$

$$|AB| = 5$$
 cm

$$|AC| = 9$$
 cm dir.

Verilenlere göre $|AB| = a$ nın kaç farklı tam sayı değeri alabileceğini bulunuz.

(Cevap : 8)



Örnek 6

Bir ABC üçgeninde $m(\widehat{BAC}) > 90^\circ$ dir.

$|AB| = 5$ cm, $|AC| = 12$ cm olduğuna göre $|BC|$ nun santimetre cinsinden alabileceği en küçük tam sayı değerini bulunuz.

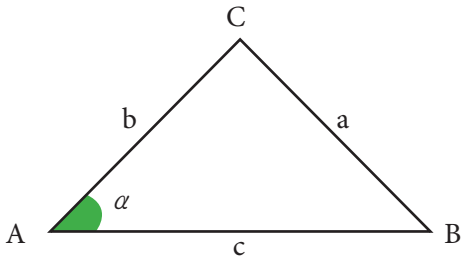
(Cevap : 14)

Örnek 7

Bir ABC üçgeninde $m(\widehat{ABC}) < 90^\circ$ dir.

$|AB| = 8$ cm, $|BC| = 15$ cm olduğuna göre $|AC|$ nun santimetre cinsinden alabileceği en büyük tam sayı değerini bulunuz.

(Cevap : 16)



Örneklerden yola çıkarak

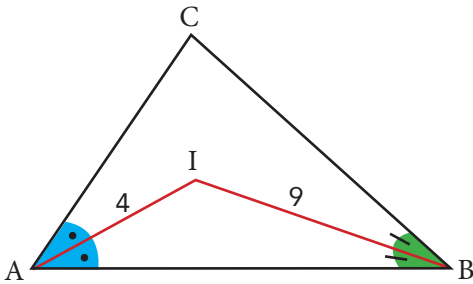
ABC üçgeninde

$$\alpha > 90^\circ \Rightarrow a^2 > b^2 + c^2$$

$$\alpha < 90^\circ \Rightarrow a^2 < b^2 + c^2$$

eşitsizliklerinin elde edildiği ifade edilir.

Örnek 8



Bir ABC üçgeninde $[AI]$ ve $[BI]$ iç açıortaylar

$|AI| = 4$ cm ve $|BI| = 9$ cm olduğuna göre $|AB|$ nun alabileceği tam sayı değerlerinin santimetre cinsinden toplamı kaçtır?

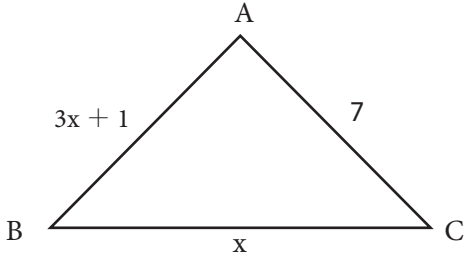
(Cevap : 33)

Ölçme – Değerlendirme

Çalışma kâğıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.

ÇALIŞMA KÂĞIDI

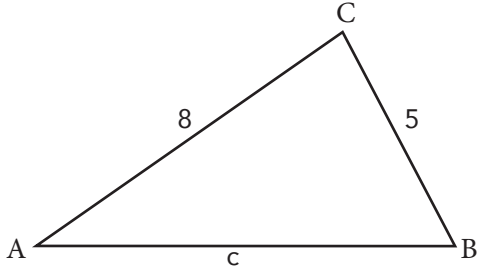
1.



ABC üçgeninde $|AB| = (3x + 1)$ cm, $|AC| = 7$ cm ve $|BC| = x$ cm dir.

Verilenlere ve şekle göre x in santimetre cinsinden alabileceği tam sayı değeri kaçtır?

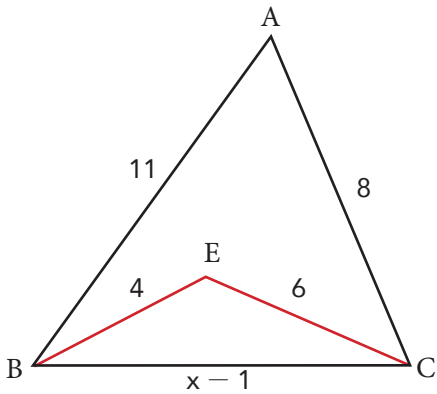
2.



ABC üçgeninde $|AC| = 8$ cm, $|CB| = 5$ cm dir.

Verilenlere ve şekle göre $|c - 3| + |c + 5| + |13 - c|$ değeri kaçtır?

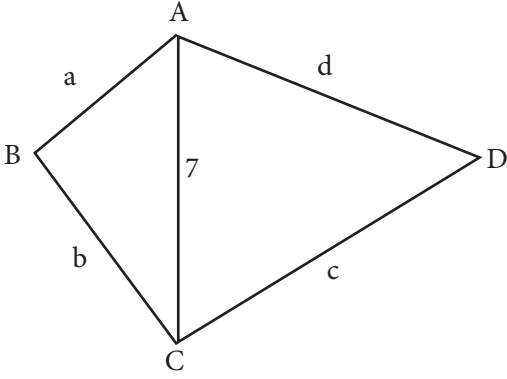
3.



ABC ve BEC üçgenlerinde $|AB| = 11$ cm, $|AC| = 8$ cm, $|BC| = (x - 1)$ cm, $|BE| = 4$ cm, $|CE| = 6$ cm ve x bir tam sayı olduğuna göre $|BC|$ nun en büyük değeri için x kaç santimetredir?

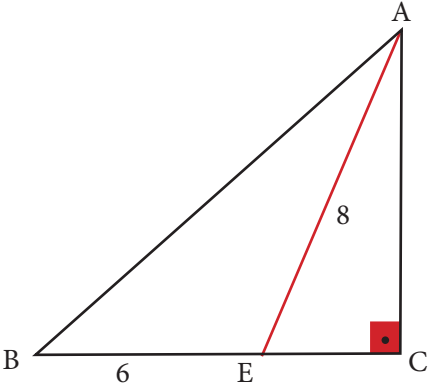


4.



ABCD dörtgeninde $|AC| = 7$ cm olduğuna göre ABCD dörtgeninin çevresinin santimetre cinsinden alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

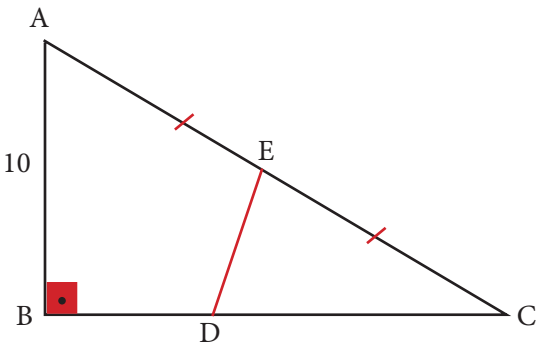
5.



ABC dik üçgeninde $|AE| = 8$ cm, $|BE| = 6$ cm dir. B, E ve C noktaları doğrusaldır.

Verilenler ve şekle göre $|AB|$ nun santimetre cinsinden alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

6.

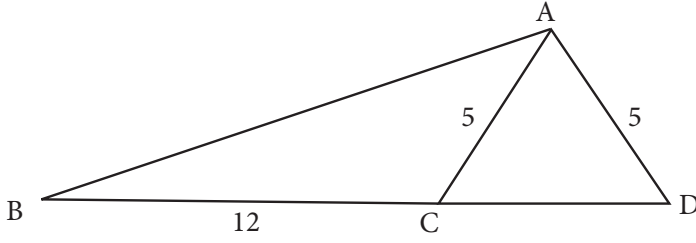


ABC dik üçgeninde $|AE| = |CE|$, $|AB| = 10$ cm dir. A, E ve C noktaları doğrusaldır.

Verilenler ve şekle göre $|DE|$ nun alabileceği en küçük tam sayı değeri kaç santimetredir?



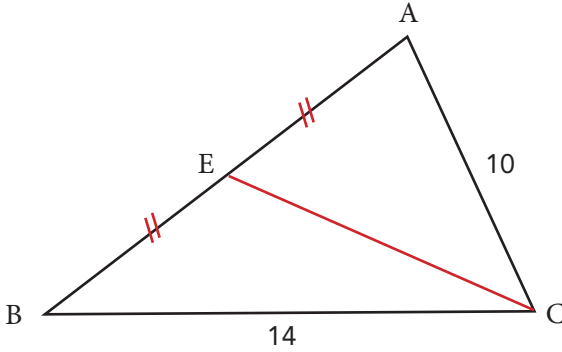
7.



ADC ikizkenar üçgen, $|AC| = |AD| = 5$ cm, $|BC| = 12$ cm ve B, C, D noktaları doğrusaldır.

Verilenlere ve şekle göre $|AB|$ nun santimetre cinsinden alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

8.

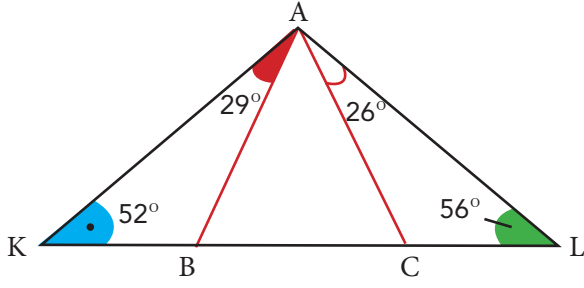


ABC üçgeninde $|AE| = |EB|$, $|AC| = 10$ cm, $|BC| = 14$ cm ve A, E, B noktaları doğrusaldır.

Verilenler ve şekle göre $|EC|$ nun santimetre cinsinden alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?



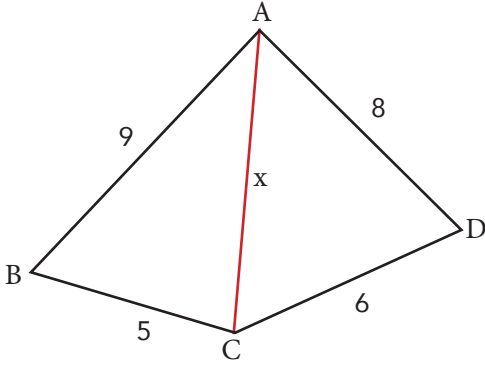
9.



AKL üçgeninde K, B, C ve L noktaları doğrusaldır.

Verilenler ve şekle göre ABC üçgeninin kenar uzunluklarını sıralayınız?

10.



$m(\widehat{CDA}) < 90^\circ$ ve x bir tam sayıdır.

Verilenler ve şekle göre $|AC|$ nun santimetre cinsinden alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

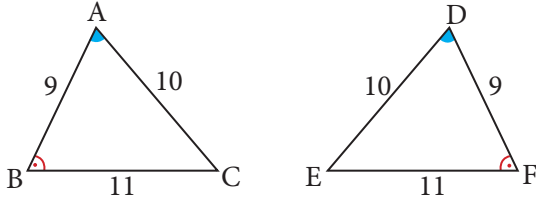


Öğrenme Alanı: Üçgenler

Alt Öğrenme Alanı: Üçgende eşlik ve benzerlik

Konu	Üçgenler	🕒 160 dk.
Kazanımlar	9.4.2.1. İki üçgenin eş olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir. 9.4.2.2. İki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları değerlendirir. 9.4.2.3. Üçgenin bir kenarına paralel ve diğer iki kenarı kesecek şekilde çizilen doğruyun ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi kurar.	
Gerekli Materyaller:	Çalışma kâğıdı	

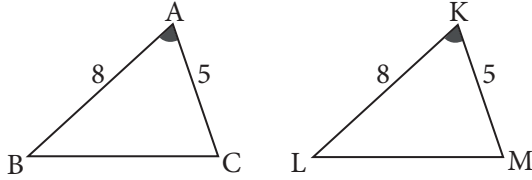
1. Yönerge **Tahtaya aşağıdaki gibi iki üçgen çizilerek üzerlerine üçgenlerin açı ve kenar uzunlukları yazılır.**



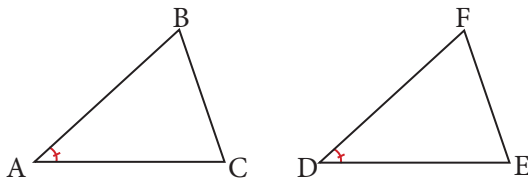
Örnekten hareketle karşılıklı olarak kenarlarının uzunlukları ve açılarının ölçüleri eşit olan üçgenlerin eş üçgenler olduğu belirtilir.

ABC ile DFE eş üçgenler ise $\widehat{ABC} \cong \widehat{DFE}$ şeklinde gösterilir.

a) **Tahtaya aşağıdaki gibi iki üçgen çizilir ve veriler üçgenlerin üzerinde gösterilir.**



Karşılıklı iki kenarının uzunluğu ve bu iki kenarın oluşturduğu açılarının ölçüleri eşit olan üçgenlerin eş üçgen olduğu ve bu durumun Kenar-Açı-Kenar (K.A.K.) eşliği olarak adlandırıldığı ifade edilir.

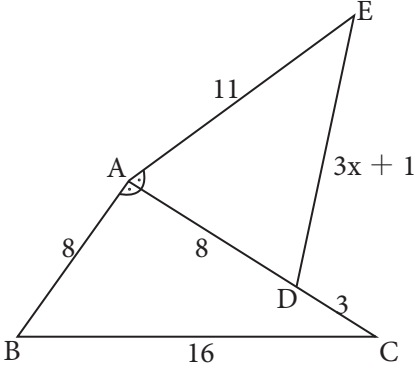


$|AB| = |DE|$, $|AC| = |DF|$ ve $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{EDF})$ ise $\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$ olduğu belirtilir.

Aşağıdaki örnek öğrencilere çözdürülür.



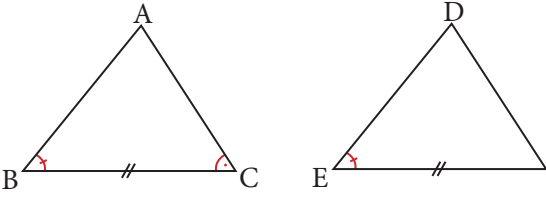
Örnek 1



$$\begin{aligned} |AE| &= 11 \text{ cm} \\ |AD| &= 8 \text{ cm} \\ |DC| &= 3 \text{ cm} \\ |AB| &= 8 \text{ cm} \\ |BC| &= 16 \text{ cm} \\ |DE| &= 3x + 1 \text{ cm} \\ m(\widehat{BAC}) &= m(\widehat{CAE}) \text{ dir.} \end{aligned}$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre x değeri kaçtır?
(Cevap : 5)

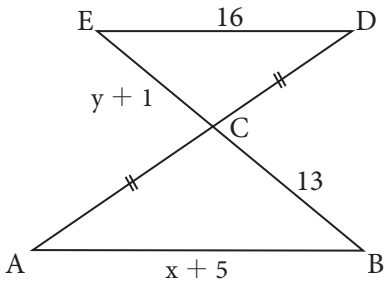
b) Tahtaya karşılıklı iki açısının ölçüsü ve bu açılar arasındaki kenarlarının uzunlukları eşit olan iki üçgen çizilir.



Üçgenlerden $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DEF})$, $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{DFE})$ ve $|BC| = |EF|$ ise $\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$ olduğu gösterilir. Bu durumun Açılı-Kenar-Açılı (A.K.A.) eşliği olarak adlandırıldığı ifade edilir.

Aşağıdaki örnek öğrencilere çözdürülür.

Örnek 2



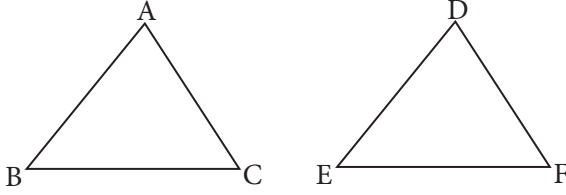
Şekilde A, C, D ve B, C, E noktaları doğrusaldır.

$$\begin{aligned} |AC| &= |CD| \\ m(\widehat{BAD}) &= m(\widehat{EDA}) \\ |AB| &= (x + 5) \text{ cm} \\ |BC| &= 13 \text{ cm} \\ |CE| &= (y + 1) \text{ cm} \\ |ED| &= 16 \text{ cm dir.} \end{aligned}$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $y - x$ değeri kaçtır?

(Cevap : 1)

c) Tahtaya karşılıklı kenarlarının uzunlukları eşit olan üçgenler çizilir.



Üçgenlerin üzerinde $|AB| = |DE|$, $|BC| = |EF|$ ve $|AC| = |DF|$ olduğu gösterilir.

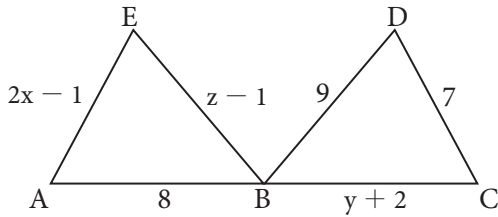
Kenarlarının uzunlukları eşit olan üçgenlerde eş kenarların karşısındaki açılar eş olduğu gösterilir.

Buradan $\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$ olduğu belirtilir.

Bu bağıntıları sağlayan üçgenler Kenar-Kenar-Kenar (K.K.K.) eşliği ile ifade edilir.

Aşağıdaki örnek öğrencilere çözdürülür.

Örnek 3

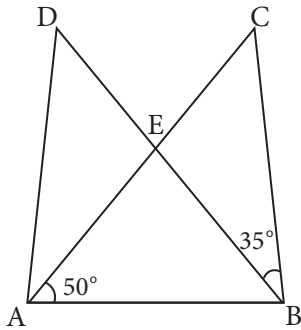


$$\widehat{ABE} \cong \widehat{CBD}$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $x + y + z$ değeri kaçtır?

(Cevap : 20)

Örnek 4



ABC ve ABD birer üçgen ve A, E, C ve B, E, D noktaları doğrusaldır.

$$|AC| = |BD|$$

$$|AD| = |BC|$$

$$m(\widehat{CAB}) = 50^\circ$$

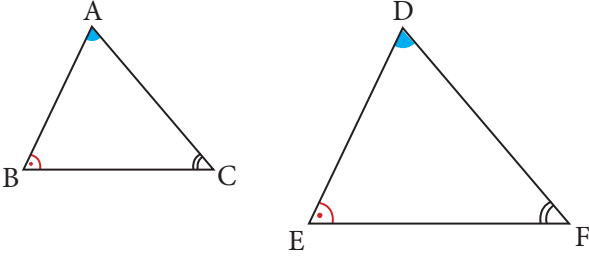
$$m(\widehat{CBE}) = 35^\circ \text{ dir.}$$

Verilenlere göre $m(\widehat{ACB})$ kaç derecedir?

(Cevap : 45°)



2. Yönerge Tahtaya aşağıdaki gibi iki üçgen çizilerek üçgenlerin iç açıları şekiller üzerinde gösterilir.

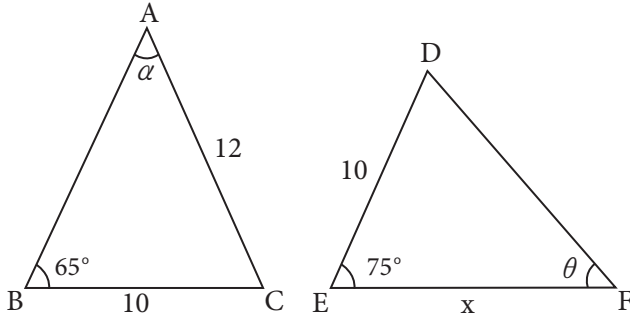


ABC ve DEF üçgenlerinde $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{EDF})$, $m(\widehat{BCA}) = m(\widehat{EFD})$, $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DEF})$ olduğu belirtilir.

İki üçgen arasında kurulan bire bir eşlemede üçgenlerin karşılıklı açıları eş veya karşılıklı kenar uzunlukları orantılı ise bu üçgenlere benzer üçgenler denildiği ifade edilir. ABC ve DEF üçgenlerinin benzer olduğu ve bunun $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ biçiminde gösterildiği ifade edilir. Benzerlik oranı k olmak üzere üçgenlerin karşılıklı kenarları orantılıdır ve bu $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} = k$ biçiminde gösterilir.

Aşağıdaki örnek öğrencilere çözdürülür.

Örnek 5

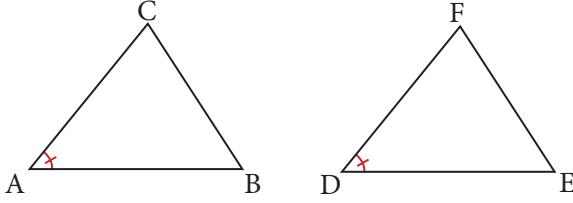


$$\begin{aligned} \widehat{ABC} &\sim \widehat{DFE} \\ |AC| &= 12 \text{ cm} \\ |BC| &= |DE| = 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

Verilen bilgiler ve şekle göre x , α , θ değerlerini bulunuz.

(Cevap : $x = \frac{25}{3}$ cm, $\alpha = 40^\circ$, $\theta = 65^\circ$)

a) Aşağıdaki şekiller üzerinden öğrencilere K.A.K. eşliği hatırlatılır.

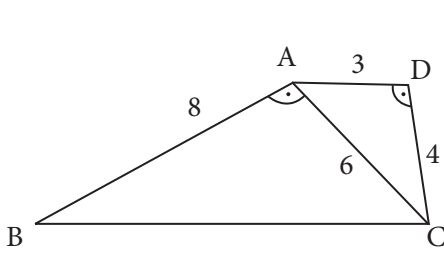


Şekiller üzerinde $\frac{|AB|}{|DF|} = \frac{|AC|}{|DE|}$ ise $\widehat{ABC} \sim \widehat{DFE}$ olduğu gösterilir.

İki üçgenin karşılıklı ikişer kenarının uzunlukları orantılı ve bu orantılı kenarlar arasındaki açılar eş ise bu iki üçgenin benzer üçgenler olduğu ifade edilir. Bu benzerliğin Kenar-Açı-Kenar (K.A.K.) benzerliği ile adlandırıldığı ifade edilir.

Aşağıdaki örnek öğrencilere çözdürülür.

Örnek 6

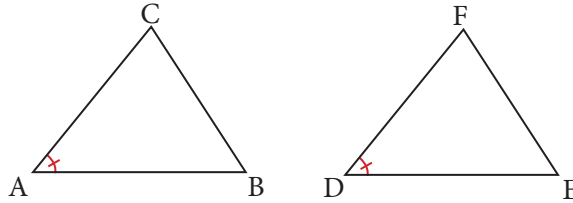


$$\begin{aligned}\widehat{ABC} &\sim \widehat{DCA} \\ m(\widehat{BAC}) &= m(\widehat{ADC}) \\ |AB| &= 8 \text{ birim} \\ |AC| &= 6 \text{ birim} \\ |AD| &= 3 \text{ birim} \\ |DC| &= 4 \text{ birimdir.}\end{aligned}$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre BC uzunluğu kaç birimdir?

(Cevap : 12)

b) Aşağıdaki şekiller üzerinden öğrencilere K.K.K. eşliği hatırlatılır.



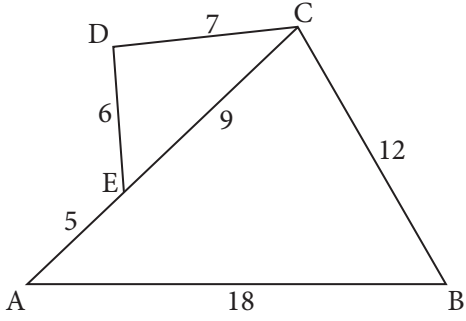
Şekiller üzerinden $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|BC|}{|EF|} = k$ olduğu gösterilerek iki üçgenin karşılıklı kenar uzunlukları orantılı olduğunda bu benzerliğin Kenar-Kenar-Kenar (K.K.K.) benzerliği ile adlandırıldığı ifade edilir.

$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ ve $m(\widehat{A}) = m(\widehat{D})$, $m(\widehat{B}) = m(\widehat{E})$ ve $m(\widehat{C}) = m(\widehat{F})$ eşitlikleri elde edilir.

Aşağıdaki örnek öğrencilere çözdürülür.



Örnek 7

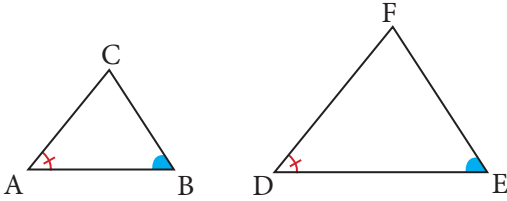


ABC ve DEC birer üçgen
 $m(\widehat{DEC}) = 65^\circ$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

(Cevap : 65°)

c) Aşağıdaki şekiller üzerinden öğrencilere A.K.A. eşliği hatırlatılır.

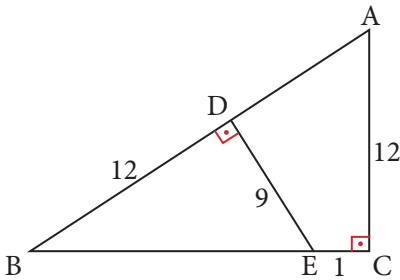


Şekiller üzerinden $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|BC|}{|EF|} = k$ olduğu gösterilerek iki üçgenin karşılıklı kenar uzunlukları orantılı olduğunda bu benzerliğin Açtı-Açtı (A.A.) benzerliği ile adlandırıldığı ifade edilir.

$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ ve $m(\widehat{A}) = m(\widehat{D})$, $m(\widehat{B}) = m(\widehat{E})$ ve $m(\widehat{C}) = m(\widehat{F})$ eşitliklerinin elde edildiği gösterilir.

Aşağıdaki örnek öğrencilere çözdürülür.

Örnek 8

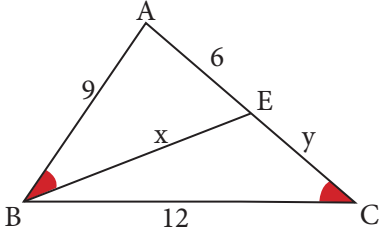


ABC dik üçgeninde
A, D ve B noktaları doğrusaldır.
B, E ve C noktaları doğrusaldır.

Verilen bilgilere ve yandaki şekle göre AD uzunluğu kaç birimdir?

(Cevap : 8)

Örnek 9



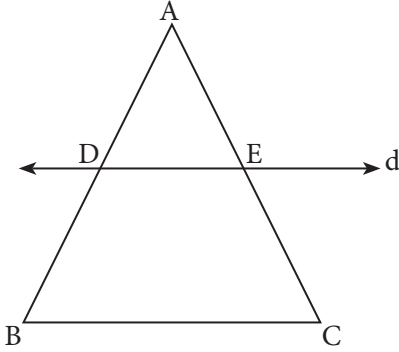
ABC bir üçgen ve A, E, C noktaları doğrusaldır.

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $x + y$ değeri kaçtır?

(Cevap : 15,5)

3. Yönerge

a) Tahtaya bir ABC üçgeni ve bu üçgenin AB ve AC kenarlarını D ve E noktalarında kesen bir d doğrusu çizilir.

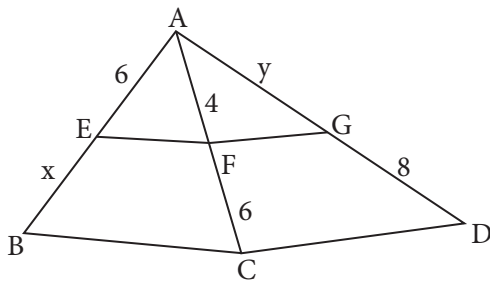


Şekil üzerinde $d \parallel [BC]$ olduğunda $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|}$ olduğu gösterilir.

Bir üçgenin bir kenarına paralel olan ve diğer iki kenarını kesen bir doğru, kestiği kenarları orantılı olarak böler. Buna temel orantı teoremi denildiği ifade edilir.

Aşağıdaki örnek öğrencilere çözdürülür.

Örnek 10



A, E ve B noktaları doğrusaldır.

A, F ve C noktaları doğrusaldır.

A, G ve D noktaları doğrusaldır.

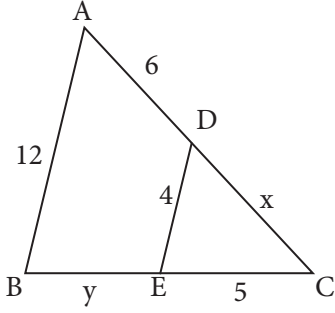
$[BC] \parallel [EF]$, $[CD] \parallel [FG]$ dir.

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre x ve y değerlerinin çarpımı kaçtır?

(Cevap : 48)



Örnek 11



ABC üçgendir.

A, D ve C noktaları doğrusaldır.

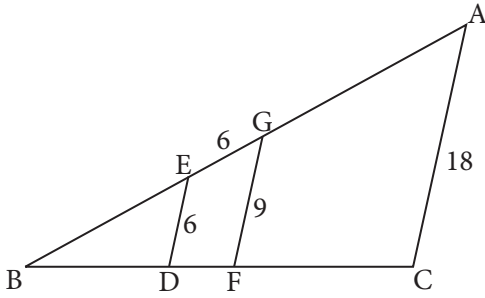
B, E ve C noktaları doğrusaldır.

$[AB] \parallel [DE]$ dir.

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre x ve y değerlerinin toplamı kaçtır?

(Cevap : 13)

Örnek 12



ABC üçgendir.

A, G, E ve B noktaları doğrusaldır.

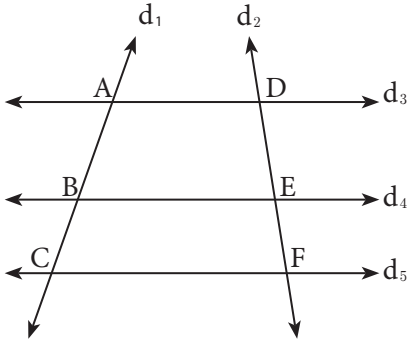
B, D, F ve C noktaları doğrusaldır.

$[AC] \parallel [GF] \parallel [ED]$ dir.

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $|AG| + |BE|$ değeri kaçtır?

(Cevap : 30)

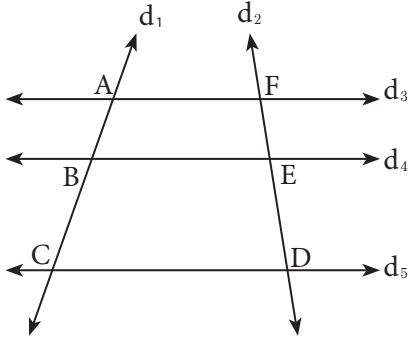
b) Birbirine paralel üç doğru, bunları kesen iki doğru üzerinde orantılı doğru parçaları oluşturur.



Şekilden yararlanılarak $d_3 \parallel d_4 \parallel d_5 \Rightarrow \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DE|}{|EF|}$ olduğu gösterilir. Bu ifadeye 1. Thales teoremi denildiği ifade edilir.

Aşağıdaki örnek öğrencilere çözdürülür.

Örnek 13



$$d_3 \parallel d_4 \parallel d_5$$

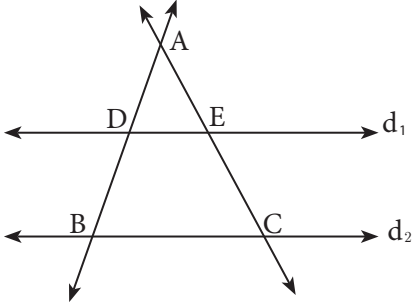
$$|AC| = 3 \cdot |AB|$$

$$|FE| = 5 \text{ cm dir.}$$

Verilenlere göre ED uzunluğu kaç santimetredir?

(Cevap : 10 cm)

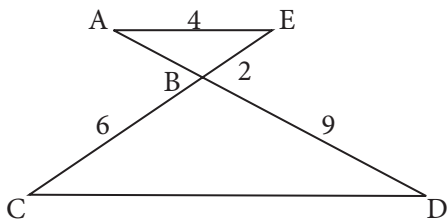
c) Kesişen iki doğrunun paralel iki doğru tarafından kesilmesiyle oluşan üçgenlerin karşılıklı kenarlarının uzunlukları orantılıdır.



Şekilden yararlanılarak $d_1 \parallel d_2$ ve $\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|}$ olduğu gösterilir. Bu ifadeye 2. Thales teoremi denildiği ifade edilir.

Aşağıdaki örnek öğrencilere çözdürülür.

Örnek 14



A, B ve D noktaları doğrusaldır.

C, B ve E noktaları doğrusaldır.

$[AE] \parallel [CD]$ dir.

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $|AB| + |CD|$ değeri kaçtır?

(Cevap : 15)

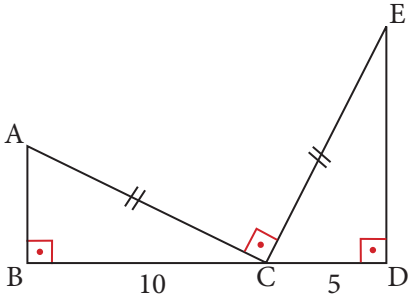
Ölçme – Değerlendirme

Çalışma kâğıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.



ÇALIŞMA KÂĞIDI

1.



ABC ve CDE birer üçgendir.

B, C ve D noktaları doğrusaldır.

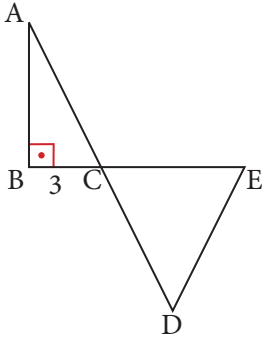
$|BC| = 10$ birim

$|CD| = 5$ birim

$|AC| = |CE|$ dir.

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $|AB| + |ED|$ değeri kaçtır?

2.



ABC ve CDE birer üçgen

A, C ve D noktaları doğrusal

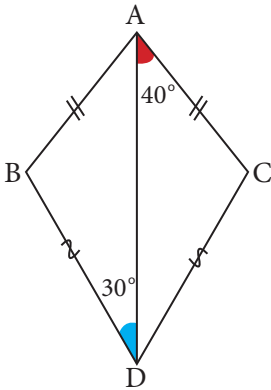
B, C ve E noktaları doğrusal

$|AC| = |CD| = |DE|$

$|BC| = 3$ birimdir.

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $|BE|$ kaçtır?

3.



ABCD bir dörtgen

$m(\widehat{ADB}) = 30^\circ$

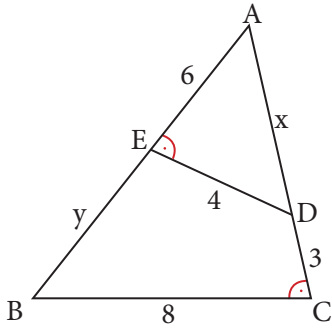
$m(\widehat{CAD}) = 40^\circ$

$|AB| = |AC|$

$|BD| = |DC|$ dir.

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $m(\widehat{ABD})$ kaç derecedir?

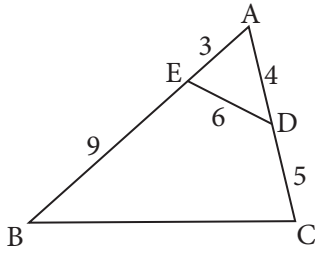
4.



ABC bir üçgendir.
 $m(\widehat{BCA}) = m(\widehat{AED})$
 $|BC| = 2$ cm
 $|ED| = 8$ cm
 $|AE| = 2$ cm
 $|DC| = 6$ cm dir.

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $x + y$ değeri kaç santimetredir?

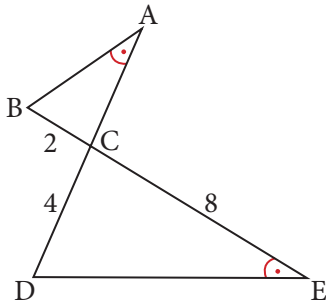
5.



ABC bir üçgendir.
A, E ve B noktaları doğrusaldır.
A, D ve C noktaları doğrusaldır.

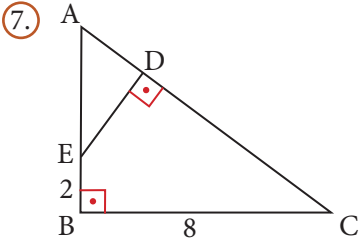
Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $|BC|$ kaçtır?

6.



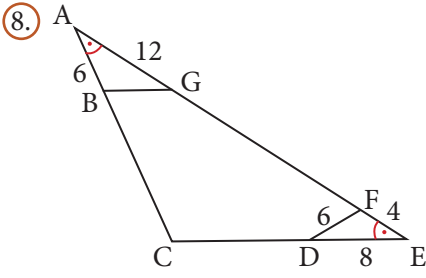
A, C ve D noktaları doğrusaldır.
B, C ve E noktaları doğrusaldır.
 $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{BED})$
 $|DC| = 4$ cm
 $|CE| = 8$ cm
 $|BC| = 2$ cm dir.

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $|AC|$ kaç santimetredir?



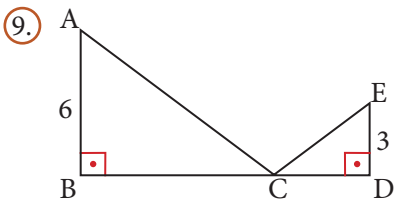
ABC ve ADE birer dik üçgendir.
 A, E ve B noktaları doğrusaldır.
 A, D ve C noktaları doğrusaldır.
 $|AE| = 2 \cdot |EB|$ dir.

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $|AD|$ kaçtır?



ACE ikizkenar üçgendir.
 A, B ve C noktaları doğrusaldır.
 A, G, F ve E noktaları doğrusaldır.
 C, D ve E noktaları doğrusaldır.
 $m(\widehat{CAE}) = m(\widehat{CEA})$

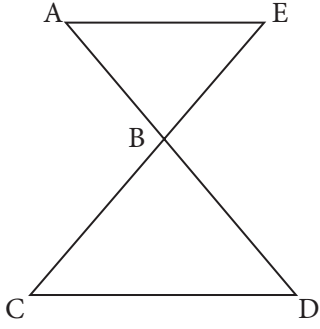
Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $|BG|$ kaçtır?



ABC ve CDE birer dik üçgendir.
 B, C ve D noktaları doğrusaldır.
 $|BD| = 12$ cm dir.

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $|AC| + |CE|$ nin en küçük değeri için CD uzunluğu kaç santimetredir?

10.



$$[AE] \parallel [CD]$$

A, B ve D noktaları doğrusaldır.

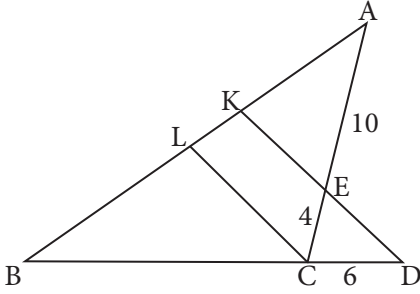
C, B ve E noktaları doğrusaldır.

$$3 \cdot |AE| = 2 \cdot |CD|$$

$$|CE| = 20 \text{ cm dir.}$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre BC uzunluğu kaç santimetredir?

11.



ABC üçgendir.

A, K, L ve B noktaları doğrusaldır.

B, C ve D noktaları doğrusaldır.

A, E ve C noktaları doğrusaldır.

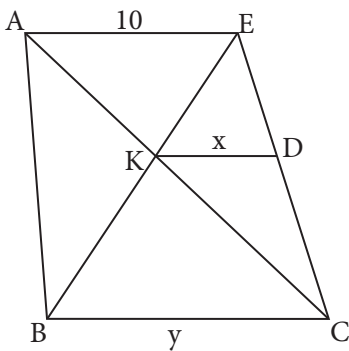
D, E ve K noktaları doğrusaldır.

$$|AL| = |BL|$$

$$[KD] \parallel [LC]$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre BC uzunluğu kaç santimetredir?

12.



A, K ve C noktaları doğrusaldır.

E, D ve C noktaları doğrusaldır.

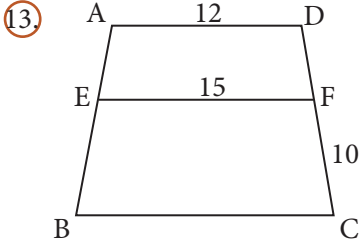
E, K ve B noktaları doğrusaldır.

$$[AE] \parallel [KD] \parallel [BC]$$

$$3 \cdot |AK| = 2 \cdot |KC|$$

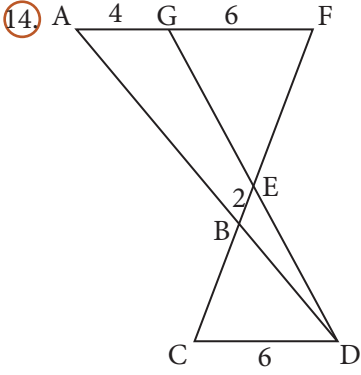
$$|AE| = 10 \text{ cm dir.}$$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $x + y$ kaç santimetredir?



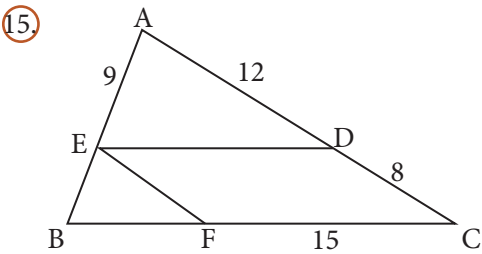
A, E ve D noktaları doğrusaldır.
 D, F ve C noktaları doğrusaldır
 $[AD] \parallel [EF] \parallel [BC]$
 $3 \cdot |AE| = |AB|$ dir.

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $|BC| + |DF|$ kaçtır?



ABC üçgendir.
 $[AF] \parallel [CD]$
 A, B ve D noktaları doğrusaldır.
 A, G ve F noktaları doğrusaldır.
 F, E, B ve C noktaları doğrusaldır.
 G, E ve D noktaları doğrusaldır.
 $|EB| = 2$ cm dir.

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $|EF|$ kaç santimetredir?



ABC üçgendir.
 A, E ve B noktaları doğrusaldır.
 A, D ve C noktaları doğrusaldır.
 B, F ve C noktaları doğrusaldır.
 $[ED] \parallel [BC]$ ve $[EF] \parallel [AC]$

Verilen bilgiler ve yandaki şekle göre $|BE| + |ED|$ değeri kaçtır?

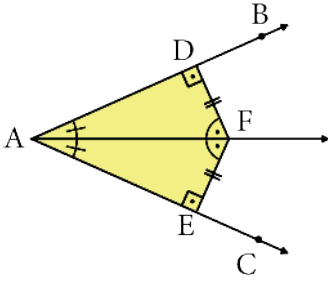
Öğrenme Alanı: Üçgenler

Alt Öğrenme Alanı: Açortay

Konu	İç ve Dış Açortay	⌚ 40 + 40 dk.
Kazanımlar	9.4.3.1. Üçgenin iç ve dış açortaylarının özelliklerini elde eder.	
Gerekli Materyaller:	Çalışma kâğıdı, makas	

1. Yönerge

Aşağıdaki şekilde BAC açısının açortayı AF ışımıdır.



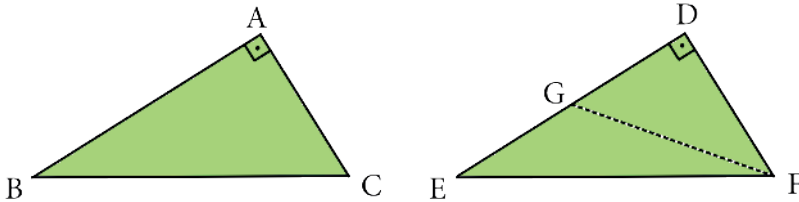
BAC açısının açortayı üzerinde alınan bir F noktasından AB ve AC ışınlarına çizilen dikme ayaklarının değme noktaları sırasıyla D ve E şeklindedir.

Bu durumda $|FD|=|FE|$ ve $|AD|=|AE|$ olduğu vurgulanır.

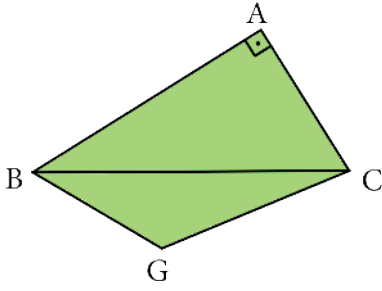
Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 1:

Aşağıda verilen ABC ve DEF üçgenleri eş üçgenlerdir. DEF üçgeni GF doğrusu boyunca kesilerek DGF üçgeni atılıyor ve EGF üçgeni elde ediliyor.



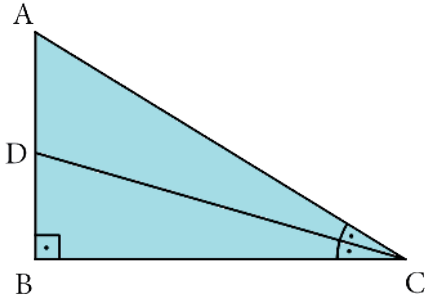
EGF üçgenindeki EF kenarı ABC üçgenindeki BC kenarı çakışacak şekilde aşağıdaki gibi birleştiriliyor.



$|AB| = 15$ cm, $|BC| = 17$ cm ve $|BG| = 9$ cm olduğuna göre ABGC dörtgeninin çevresi kaç santimetredir? (Cevap: 42 cm)

Örnek 2:

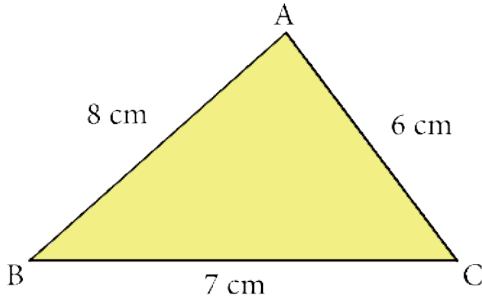
Aşağıdaki ABC üçgeninde [DC], C açısının açıortayı, $|DB| = 8$ birim ve $|BC| + 6 = |AC|$ dir.



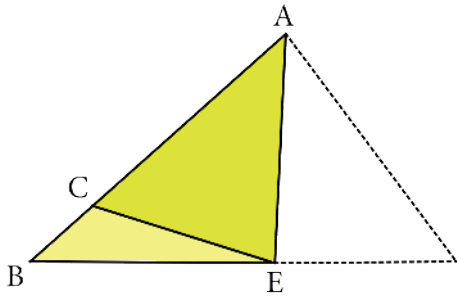
Buna göre AD uzunluğunun kaç birim olduğunu hesaplayınız. (Cevap: 10 birim)

2. Yönerge

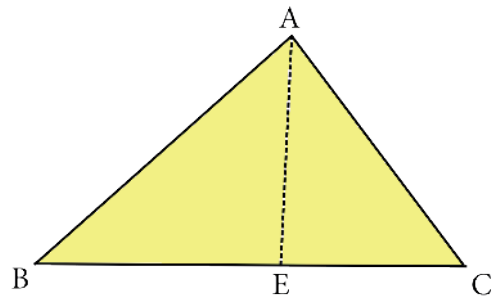
Öğrencilerden bir kâğıda kenar uzunlukları 5 cm, 6 cm ve 7 cm olan bir ABC üçgeni çizmeleri ve elde ettikleri üçgeni makasla keserek kâğıttan ayırmaları istenir.



Öğrencilerden, üçgenin AC kenarını AB kenarı ile çakışacak biçimde Şekil -1'deki gibi katlayarak ABE üçgenini elde etmeleri istenir.



Şekil-1



Şekil-2

3. Yönerge

AC kenarını Şekil - 2'deki gibi eski konumuna getirerek BE ve EC uzunluklarını hesaplamaları istenir.

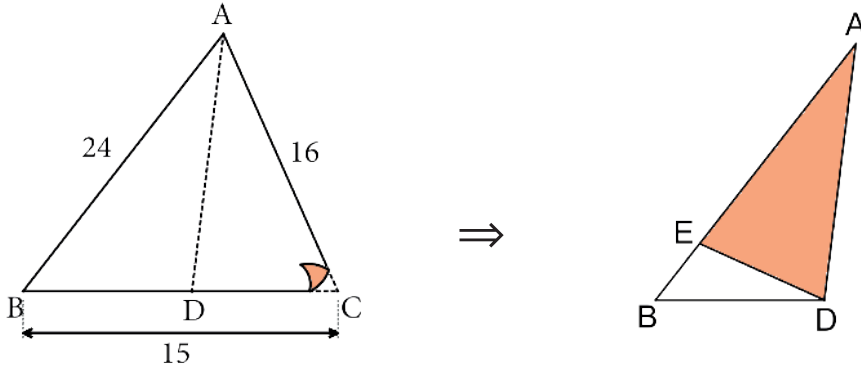
Örnekten hareketle ABC üçgeninde $[AE]$ nin açıortay olması durumunda

$$\frac{|AB|}{|BE|} = \frac{|AC|}{|EC|} \text{ olduğu vurgulanır.}$$

Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.



Örnek 3:

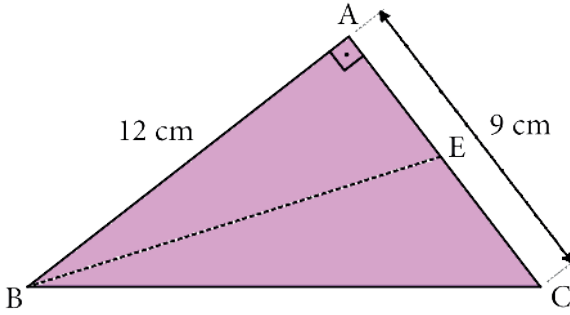


Yukarıdaki ABC üçgeni şeklindeki kâğıt C köşesinden [AD] boyunca katlandığında C köşesi AB kenarı üzerindeki E noktasına gelmektedir.

$|AB|=24$ birim, $|AC|=16$ birim ve $|BC|=15$ birim olduğuna göre BED üçgeninin çevresinin uzunluğu kaç birimdir?

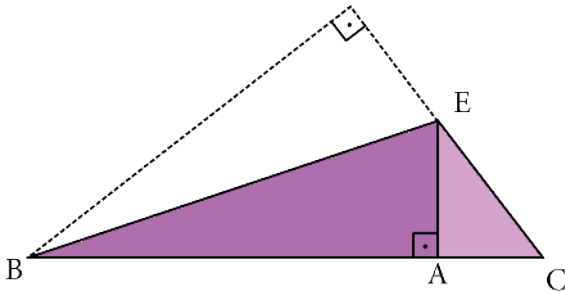
(Cevap: 23 birim)

Örnek 4:



Şekil -1

Şekil -1'deki ABC üçgeni biçimindeki kâğıtta $|AB|=12$ cm ve $|AC|=9$ cm dir. ABC üçgeni aşağıdaki gibi AB kenarı BE boyunca katlanarak Şekil -2'deki gibi BEC üçgeni elde ediliyor.



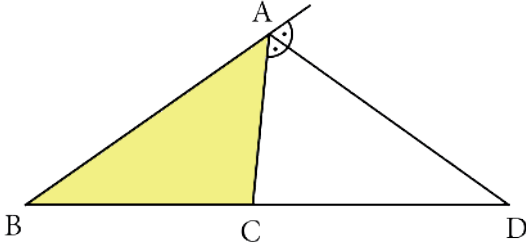
Şekil - 2

Buna göre EC uzunluğunu hesaplayınız.

(Cevap: 5 cm)

4. Yönerge

Aşağıdaki ABC üçgeninde $[AD]$, A açısının dış açıortayıdır.



$[AD]$, A açısının dış açıortayı olmak üzere şekildeki üçgenin kenarları arasında

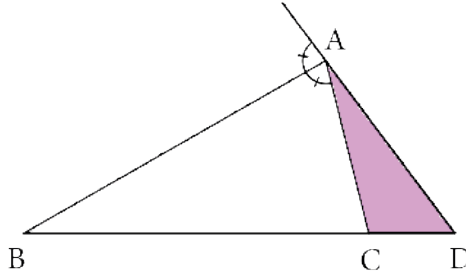
$$\frac{|AC|}{|AB|} = \frac{|CD|}{|BD|}$$

bağıntısı olduğu vurgulanır.

Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 5:

Aşağıdaki ACD üçgeninde $[AB]$, A açısının dış açıortayıdır.

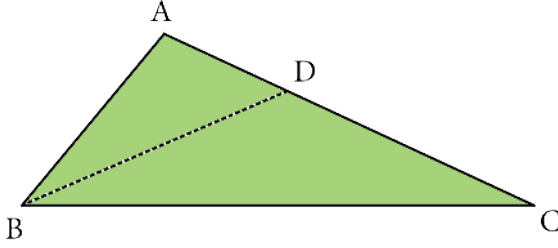


$5 \cdot |CD| = |BD|$ ve $|AC| = 8$ birim olduğuna göre AD uzunluğunun kaç birim olduğunu hesaplayınız.
(Cevap: 10 birim)

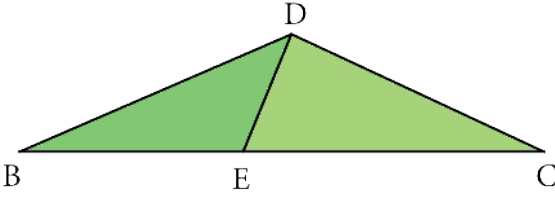


Örnek 6:

Aşağıda verilen ABC üçgeninde $|AD|=6$ cm, $|AB|=10$ cm ve $|DC|=15$ cm dir.



ABC üçgenindeki A köşesi aşağıdaki gibi [BD] boyunca katlandığında A noktası E noktası üzerine gelmektedir.

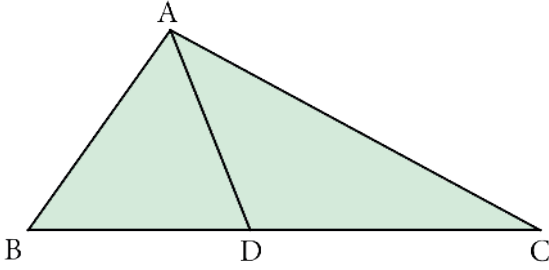


Buna göre EC uzunluğunu hesaplayınız. (Cevap: 15 cm)

Ölçme – Değerlendirme

Çalışma kâğıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.

ÇALIŞMA KÂĞIDI



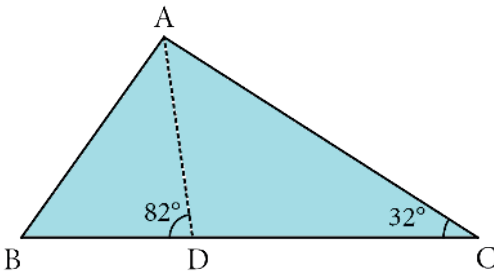
Şekildeki ABC üçgeninde $m(\widehat{BDA}) = 70^\circ$ ve $m(\widehat{ACB}) = 25^\circ$ dir.

ABC üçgeninin kenar uzunlukları arasında

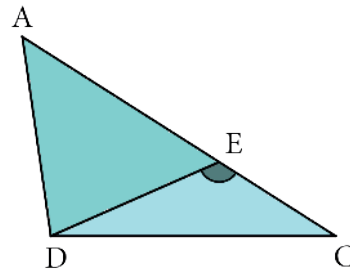
$$\frac{|BD|}{|DC|} = \frac{|AB|}{|AC|}$$

orantısı olduğuna göre ABC açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu hesaplayınız.

2. Şekil-1'de verilen ABC üçgeninde $m(\widehat{ACB}) = 32^\circ$ ve $m(\widehat{ADB}) = 82^\circ$ dir. ADB üçgeni [AD] boyunca katlandığında B köşesi Şekil-2'deki gibi AC üzerindeki E noktası ile çakışmaktadır.



Şekil - 1

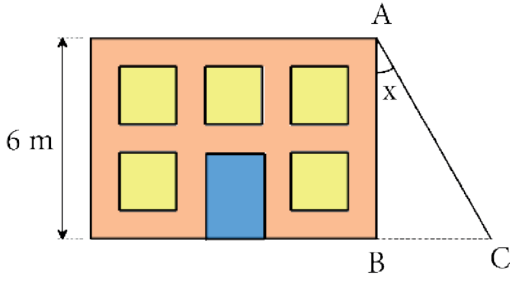


Şekil - 2

Buna göre DEC açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu hesaplayınız.

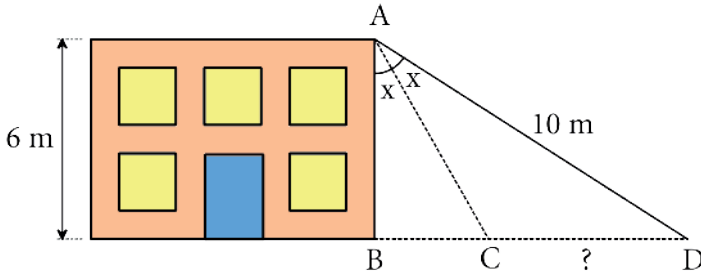


3. Gökhan, yere dik konumlu 6 metre yüksekliğindeki bir evin A köşesinden yerdeki C noktasına bir ip bağlanmıştır. İpin AB duvarı ile yaptığı açı x tir.



Şekil - 1

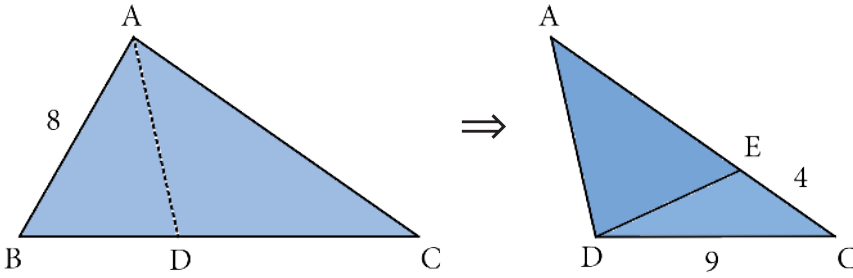
Gökhan, ipin duvarla yaptığı açığı Şekil - 2'deki gibi 2 katına çıkardığında ipi D noktasına bağlamış ve ipin uzunluğu 10 m olmuştur.



Şekil - 2

Buna göre CD uzunluğunun kaç metre olduğunu hesaplayınız.

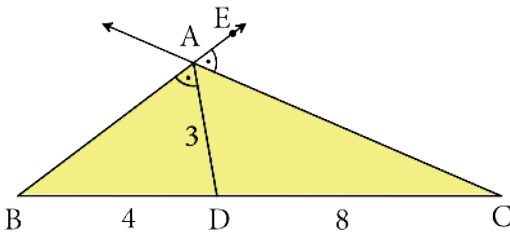
4. Hazal, AB kenarının uzunluğu 8 birim olan ABC üçgeninin B köşesini [AD] boyunca katladığında B noktası AC üzerindeki E noktası ile çakışmıştır.



Hazal, katlama işleminden sonra EC uzunluğunu 4 birim, DC uzunluğunu 9 birim olarak ölçmüştür.

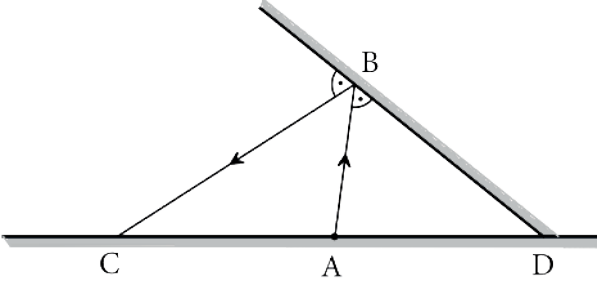
Buna göre DE uzunluğunun kaç birim olduğunu hesaplayınız.

5. Şekildeki ABC üçgeninde $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{EAC})$ olarak verilmiştir.



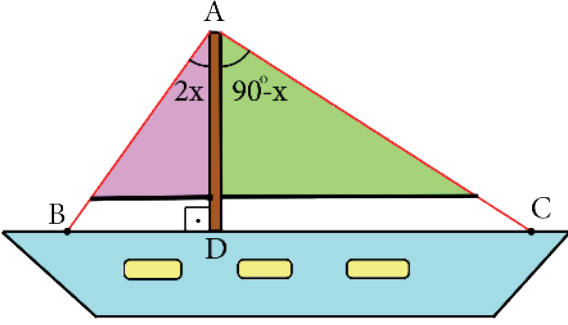
$|BD| = 4$ birim, $|AD| = 3$ birim ve $|DC| = 8$ birim olduğuna göre AC uzunluğunun kaç birim olduğunu hesaplayınız.

6. Aşağıdaki şekilde D noktasında kesişen iki düzlem ayna verilmiştir. A noktasından çıkan ışık B noktasından yansıyor C noktasına gitmektedir.



$|AC|=|AD|$ ve $|AB|=12$ birim olduğuna göre BC uzunluğunun kaç birim olduğunu hesaplayınız.

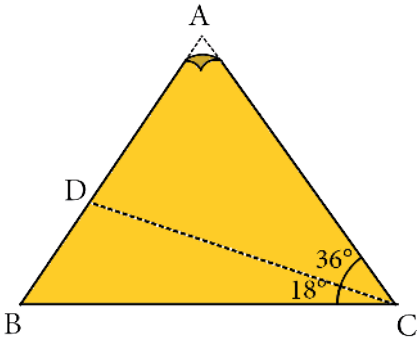
7. Şekildeki gemide yelkenlerin bağlı olduğu AD direği gemi zeminindeki BC doğru parçasına diktir. Yelkenler B ve C noktalarından geminin zeminine bağlanmıştır.



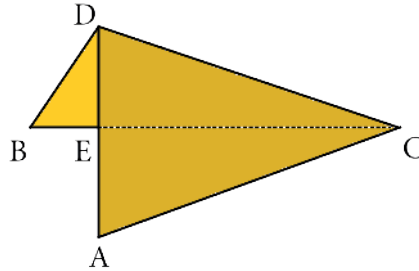
$m(\widehat{BAD}) = 2x$ ve $m(\widehat{DAC}) = 90^\circ - x$ olarak verilmiştir.

$|BD|=3$ m ve $|AD|=4$ m olduğuna göre DC uzunluğunun kaç metre olduğunu hesaplayınız.

8. Şekil - 1'de verilen ABC üçgeninde A köşesi DC boyunca Şekil - 2'deki gibi katlandığında AD kenarı ile BC kenarı E noktasında kesişmektedir.



Şekil - 1

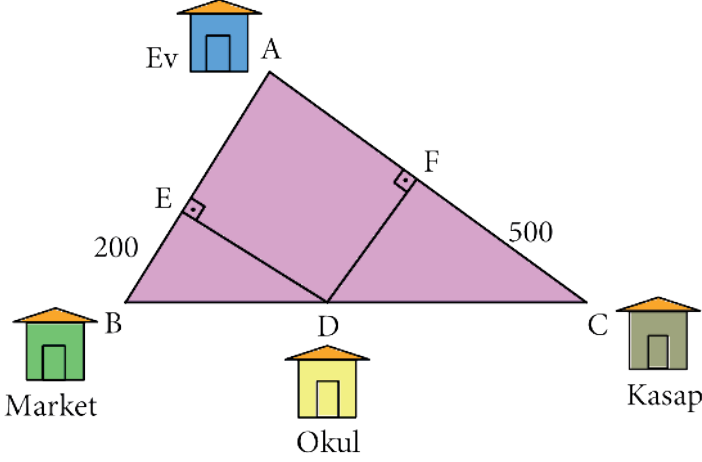


Şekil - 2

$|AB|=|AC|$, $m(\widehat{ACD}) = 36^\circ$ ve $m(\widehat{DCB}) = 18^\circ$ olduğuna göre $\frac{|DE|}{|EA|}$ oranının kaç olduğunu hesaplayınız.



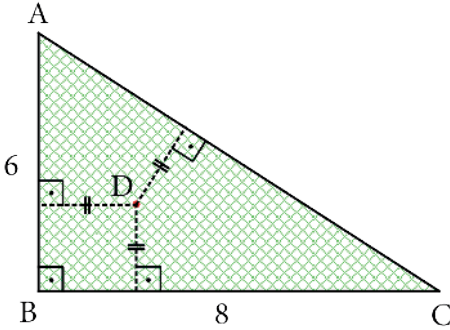
9. Aşağıdaki şekilde ABC üçgeni şeklinde bir kroki verilmiştir. Ayhan ve Ayten A noktasındaki evlerinden sabit hızlarla aynı anda okula gitmek için hareket etmiş, Ayhan E noktasına vardığında Ayten F noktasına varmıştır. Yollarına ED ve FD doğrusu üzerinden devam ettiklerinde aynı anda D noktasındaki okullarına varmaktadır.



$3 \cdot |BD| = 2 \cdot |DC|$ olmak üzere Ayhan ve Ayten aynı sabit hızlarla ve aynı anda evlerinden hareket edip sırasıyla AB ve AC yollarını takip ederek market ve kasaba gidecektir.

$|EB| = 200$ m ve $|FC| = 500$ m olduğuna göre Ayhan markete vardığında Ayten'in kasaba varmasına kaç metre kaldığını hesaplayınız.

10. Feyza'nın evlerinin önünde aşağıdaki gibi ABC dik üçgeni şeklinde bir bahçe vardır. Bahçenin AB kenarı 6 metre, BC kenarı 8 metredir.



Feyza, bahçenin kenarlarının her birine eşit uzaklıkta olacak şekilde D noktasına bir fidan dikmiştir.

Buna göre fidanın AC kenarına olan uzaklığının kaç metre olduğunu hesaplayınız.

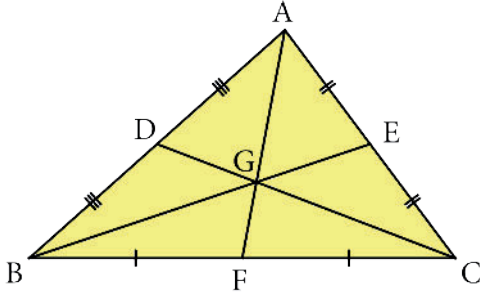
Öğrenme Alanı: Üçgenler

Alt Öğrenme Alanı: Kenarortay

Konu	Üçgende Kenarortay, Orta Dikme ve Diklik Merkezi	⌚ 40 + 40 dk.
Kazanımlar	9.4.3.2. Üçgenin kenarortaylarının özelliklerini elde eder. 9.4.3.3. Üçgenin kenar orta dikmelerinin bir noktada kesiştiğini gösterir. 9.4.3.4. Üçgenin çeşidine göre yüksekliklerinin kesiştiği noktanın konumunu belirler.	
Gerekli Materyaller:	Çalışma kâğıdı, makas, kalem, cetvel	

1. Yönerge

Bir üçgende bir köşeyi karşısındaki kenarın orta noktasına birleştiren doğru parçasına üçgenin bu kenarına ait kenarortayı denir. Aşağıdaki şekilde $[AF]$, BC kenarına ait kenarortayıdır.



Öğrencilerden $[AF]$, $[BE]$ ve $[CD]$ kenarortay uzunluklarını cetvel yardımıyla çizmeleri istenir.

Şekilde,

- $[AF]$, BC kenarına ait kenarortay olduğundan $|BF| = |FC|$ olduğu,
- $[BE]$, AC kenarına ait kenarortay olduğundan $|AE| = |EC|$ olduğu,
- $[CD]$, AB kenarına ait kenarortay olduğundan $|AD| = |DB|$ olduğu vurgulanır.

2. Yönerge

İki kenarortayın kesiştiği noktadan üçüncü kenarortay da geçer. Kenarortayların kesiştiği noktaya üçgenin ağırlık merkezi denir. Yukarıdaki çizimde G noktası üçgenin ağırlık merkezidir.

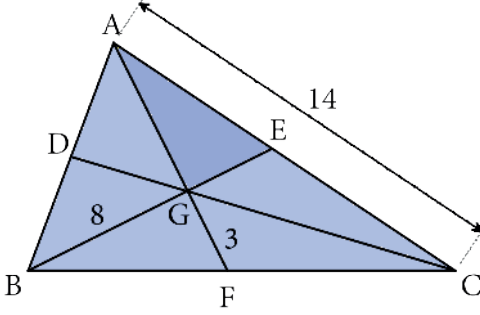
Öğrencilerden cetvel yardımıyla gerekli uzunlukları ölçerek $\frac{|AG|}{|GF|} = \frac{|BG|}{|GE|} = \frac{|CG|}{|GD|} = 2$ eşitliklerini elde etmeleri istenir.

Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.



Örnek 1:

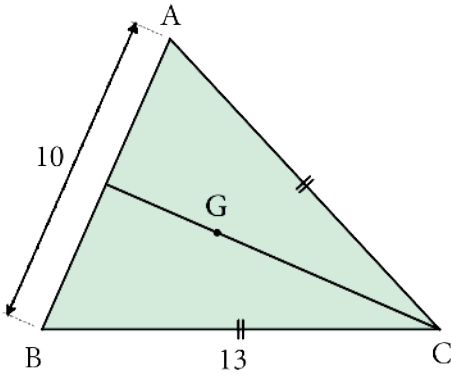
Aşağıdaki şekilde G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.



$|BG|=8$ birim, $|GF|=3$ birim ve $|AC|=14$ birim olduğuna göre AGE üçgeninin çevresi kaç birimdir? (Cevap: 17 birim)

Örnek 2:

Aşağıda verilen şekilde G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.

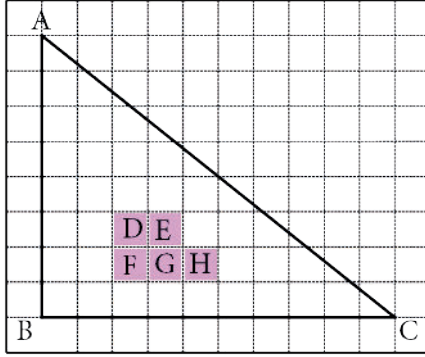


$|AC|=|BC|$, $|AB|=10$ birim ve $|BC|=13$ birimdir.

Buna göre GC uzunluğunun kaç birim olduğunu hesaplayınız. (Cevap: 8 birim)

Örnek 3:

Aşağıdaki şekilde birim kareli zeminde bir ABC üçgeni verilmiştir. Boyalı bölgeler D, E, F, G ve H olarak adlandırılmıştır.

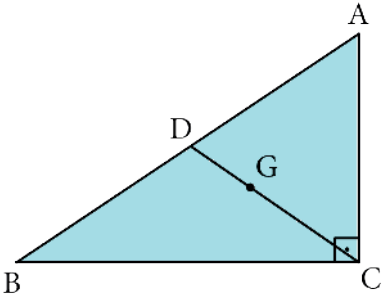


Buna göre ABC üçgeninin ağırlık merkezinin belirtilen boyalı bölgelerden hangisinde olduğunu bulunuz.

(Cevap: E)

3. Yönerge

Öğrencilerden bir kâğıda kenar uzunlukları 6 cm, 8 cm ve 10 cm olan bir ABC dik üçgeni çizmeleri ve elde ettikleri üçgeni makasla keserek kâğıttan ayırmaları istenir.



Cetvel yardımıyla AB kenarının orta noktasının işaretlenip bu noktanın D noktası olarak adlandırılması istenir. Sonrasında cetvel ile AD, BD, DC uzunluklarının ölçülmesi istenir.

4. Yönerge

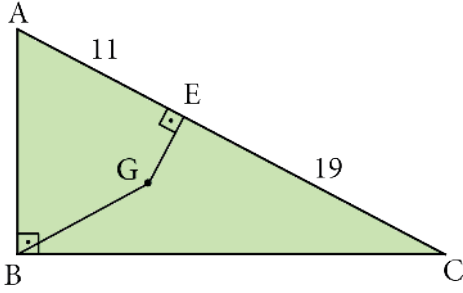
Örnekten hareketle bir ABC dik üçgeninde $[AB]$ hipotenüs olmak üzere hipotenüse ait kenarortay uzunluğunun hipotenüs uzunluğunun yarısı olduğu vurgulanır.

Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.



Örnek 4:

Şekildeki ABC dik üçgeninde G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.

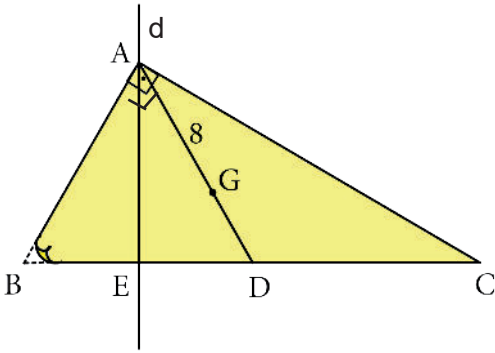


$|AE| = 11$ birim ve $|EC| = 9$ birim olduğuna göre GE uzunluğunun kaç birim olduğunu hesaplayınız.

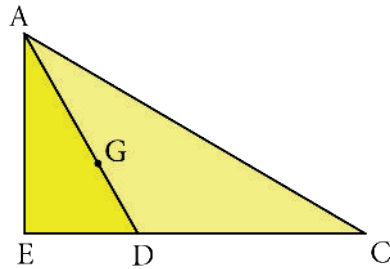
(Cevap: 3 birim)

Örnek 5:

Şekil - 1'deki ABC dik üçgeninde $[AB] \perp [AC]$ ve G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir. Üçgenin AB kenarı Şekil - 2'deki d doğrusu boyunca katlandığında $[AB]$ ile $[AD]$ çakışmaktadır.



Şekil - 1



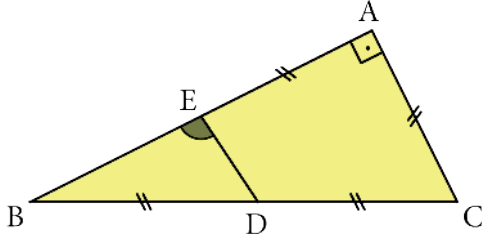
Şekil - 2

Buna göre AC uzunluğunun kaç birim olduğunu hesaplayınız.

(Cevap: $12\sqrt{3}$ birim)

Örnek 6:

Şekilde verilen ABC dik üçgeninde $[AB] \perp [AC]$ olarak verilmiştir.



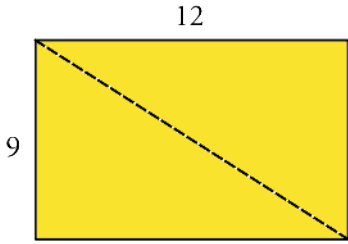
$|AE| = |AC| = |BD| = |DC|$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre BED açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu hesaplayınız.

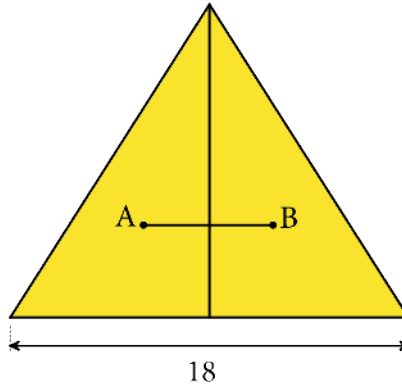
(Cevap: 105)

Örnek 7:

Şekil - 1'de verilen ve kenar uzunlukları 9 birim ve 12 birim olan dikdörtgen, kesikli çizgilerle işaretlenmiş köşegeni kesiliyor. Elde edilen dik üçgenler 12 birim uzunluğundaki kenarlar çıkışacak biçimde Şekil - 2'deki gibi birleştiriliyor.



Şekil - 1



Şekil - 2

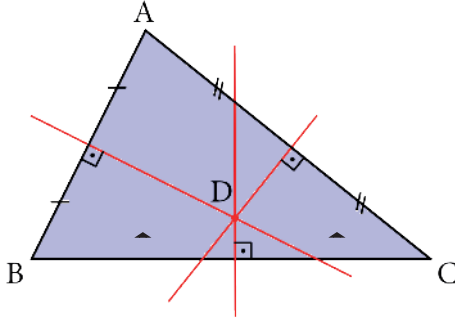
A ve B noktaları, elde edilen dik üçgenlerin ağırlık merkezleri olduğuna göre AB uzunluğunun kaç birim olduğunu hesaplayınız.

(Cevap: 6 birim)



5. Yönerge

Öğrencilerden, bir üçgenin herhangi bir kenarının orta noktasından geçen ve bu kenara dik olan doğru parçasının aşağıda verilen şekildeki gibi açıölçer ve cetvel yardımıyla çizmeleri istenir.

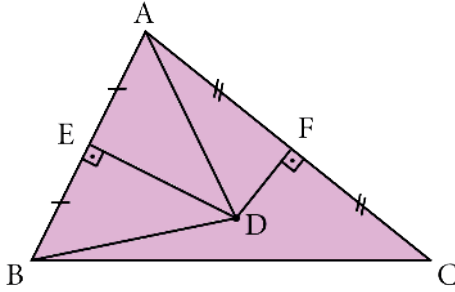


Çizilen bu doğrulara üçgenin **kenar orta dikme doğrusu** denildiği ve bu doğruların şekildeki gibi bir noktada kesiştiği vurgulanır.

Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 8:

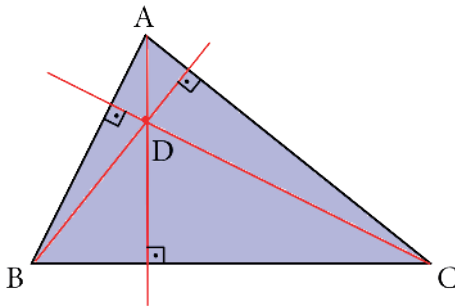
Aşağıdaki ABC üçgeninde $[DE] \perp [AB]$, $[DF] \perp [AC]$, $|AE| = |EB|$ ve $|AF| = |FC|$ dir.



$|BD| = 17$ birim ve $|FD| = 8$ birim olduğuna göre AC uzunluğunu hesaplayınız.
(Cevap: 30 birim)

6. Yönerge

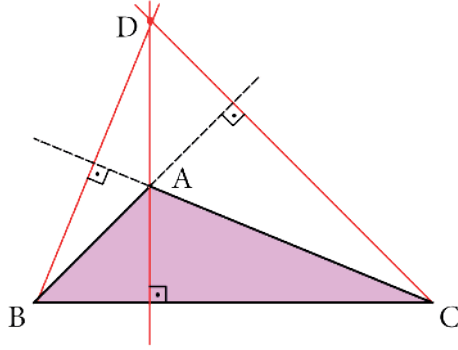
Öğrencilerden bir üçgenin herhangi bir köşesinden geçen ve bu kenarın karşısındaki kenara dik olan doğru parçasının aşağıda verilen şekildeki gibi açıölçer ve cetvel yardımıyla çizmeleri istenir.



Çizilen bu doğrulara **yükseklik** ve yüksekliklerin kesim noktasına **diklik merkezi** denildiği ve yüksekliklerin şekildeki gibi bir noktada kesiştiği vurgulanır. Yukarıdaki şekilde D noktası ABC üçgeninin diklik merkezidir.

7. Yönerge

Öğrencilerden geniş açılı bir üçgenin yüksekliklerini aşağıdaki gibi çizmeleri ve yüksekliklerin kesim noktasını bulmaları istenir.

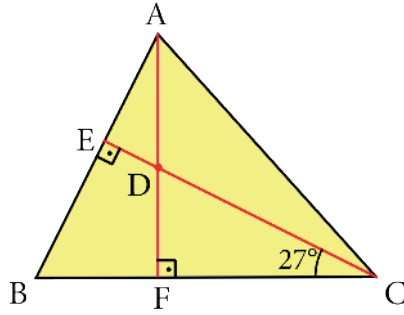


Geniş açılı bir üçgende yüksekliklerin üçgenin dış bölgesinde kesiştiği vurgulanır. Yukarıdaki şekilde ABC üçgeninin diklik merkezi D noktasıdır. Öğrencilerden bir dik üçgende yüksekliklerin kesim noktasının üçgenin neresinde bulunduğunu bulmaları istenir.

Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 9:

Şekildeki verilen ABC üçgeninde $[AB] \perp [EC]$ ve $[BC] \perp [AF]$ dir.



$m(\widehat{ECB}) = 27^\circ$ ve $m(\widehat{BAC}) = 56^\circ$ olduğuna göre ACE açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu hesaplayınız.

(Cevap: 24)

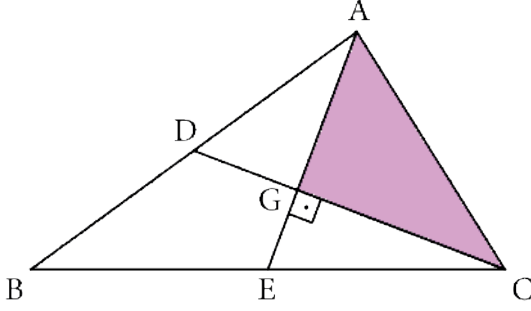
Ölçme – Değerlendirme

Çalışma kâğıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.



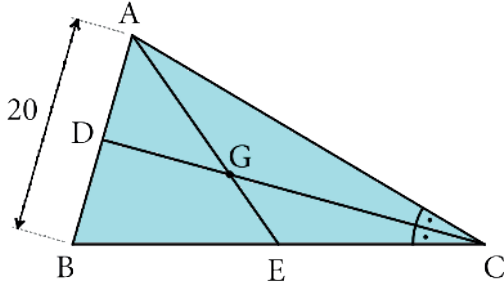
ÇALIŞMA KÂĞIDI

1. Aşağıdaki şekilde G noktası, ABC üçgeninin ağırlık merkezi ve $[AE] \perp [DC]$ olarak verilmiştir.



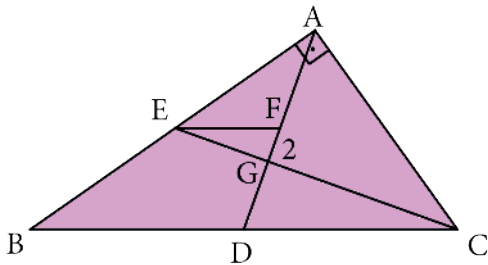
$|AB| = 8\sqrt{13}$ birim, $|GE| = 6$ birim olduğuna göre AGC üçgeninin çevresi kaç birimdir?

2. Aşağıdaki ABC üçgeninde G ağırlık merkezi ve $[DC]$ açıortaydır.



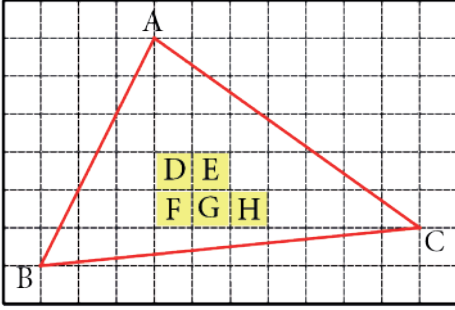
$|AB| = 20$ birim ve $|GE| = \sqrt{41}$ birim olduğuna göre EC uzunluğu kaç birimdir?

3. Aşağıdaki ABC dik üçgeninde G, ağırlık merkezi ve $[AB] \perp [AC]$ olarak verilmiştir.



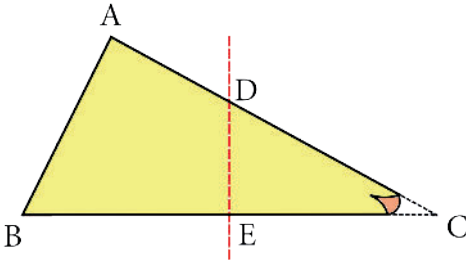
$[EF] \parallel [BC]$ ve $|FG| = 2$ birim olduğuna göre BC uzunluğu kaç birimdir?

4. Aşağıdaki şekilde birim kareli kağıt üzerinde ABC üçgeni ile üçgen içerisinde sarı renkle boyalı D, E, F, G ve H bölgeleri verilmiştir.

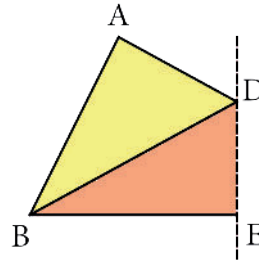


Buna göre ABC üçgeninin kenar orta dikmelerinin kesim noktası boyalı bölgelerden hangisinin içindedir?

5. Şekil -1'de verilen ABC üçgeninde DE, BC kenarına ait kenar orta dikme doğrusudur.



Şekil - 1

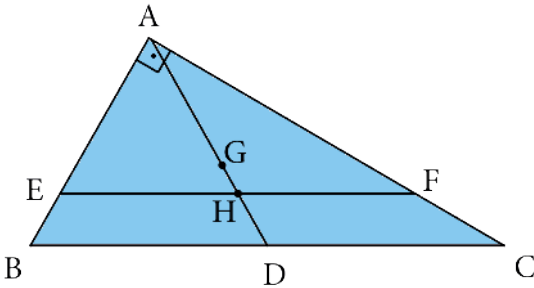


Şekil - 2

ABC üçgeninin C köşesi DE doğrusu boyunca katlandığında C noktası B noktası ile Şekil - 2'deki gibi çakışmaktadır.

$|AB| + |AC| = 25$ birim olduğuna göre Şekil - 2'deki ADB üçgeninin çevresinin uzunluğu kaç birimdir?

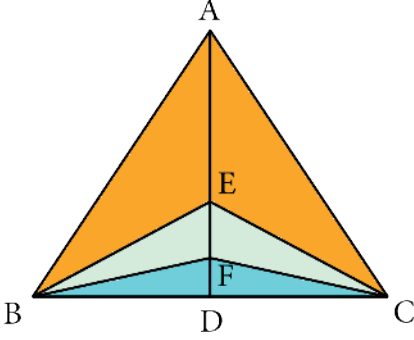
6. Şekildeki verilen ABC dik üçgeninde G, ağırlık merkezi ve $[AB] \perp [AC]$ olarak verilmiştir.



$[EF] \parallel [BC]$, $4 \cdot |FC| = |AF|$ ve $|BC| = 30$ birim olduğuna göre GH uzunluğu kaç birimdir?

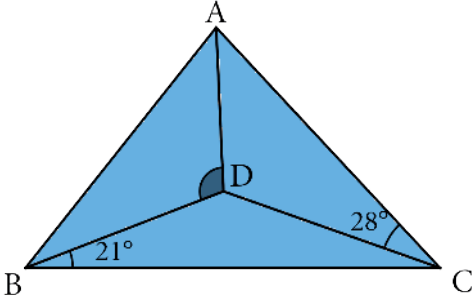


7. Aşağıdaki şekilde E noktası ABC üçgeninin, F noktası ise BEC üçgeninin ağırlık merkezidir.



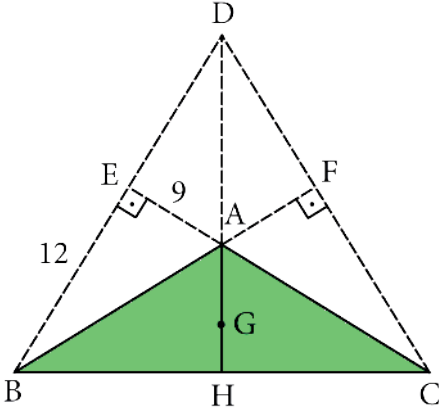
$|AB|=|AC|=45$ birim ve $|BC|=54$ birim olduğuna göre EF uzunluğu kaç birimdir?

8. Şekildeki ABC üçgeninde D noktası kenar orta dikmelerin kesim noktasıdır.



$m(\widehat{DBC}) = 21^\circ$ ve $m(\widehat{ACD}) = 28^\circ$ olduğuna göre $\angle ADB$ açısının ölçüsü kaç derecedir?

9. Şekildeki ABC üçgeninde D noktası diklik merkezi ve G ağırlık merkezidir.



$|EB|=12$ birim ve $|EA|=9$ birim olduğuna göre DG uzunluğu kaç birimdir?

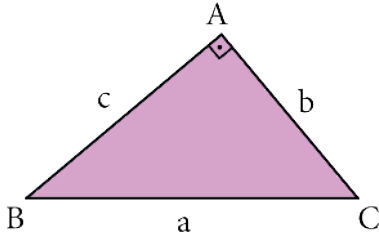
Öğrenme Alanı: Üçgenler

Alt Öğrenme Alanı: Dik Üçgen

Konu	Pisagor ve Öklid Teoremleri	⌚ 40 + 40 dk.
Kazanımlar	9.4.4.1. Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer. 9.4.4.2. Öklid teoremini elde ederek problemler çözer.	
Gerekli Materyaller:	Çalışma kâğıdı, makas, kalem, cetvel	

1. Yönerge

Bir açısı 90° olan bir üçgenin dik üçgen olduğu ve 90° lik açının karşısındaki kenar uzunluğuna hipotenüs dendiği vurgulanır. Aşağıdaki ABC üçgeninde $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ olduğundan ABC üçgeni bir dik üçgendir.



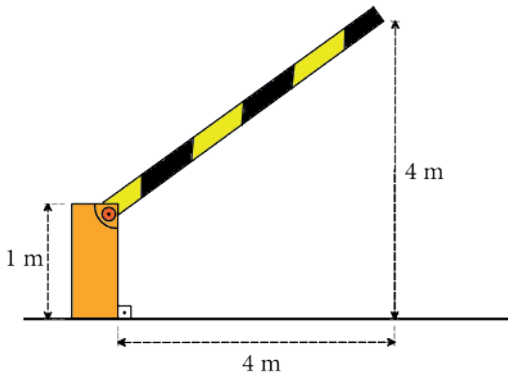
Pisagor teoremine göre bir dik üçgende dik kenarların uzunluklarının kareleri toplamı, hipotenüs uzunluğunun karesine eşittir.

Hipotenüs uzunluğu a birim, dik kenarları b birim ve c birim olan bir dik üçgende $a^2 = b^2 + c^2$ bağıntısı vardır. Bu bağıntıya **Pisagor Teoremi** dendiği vurgulanır.

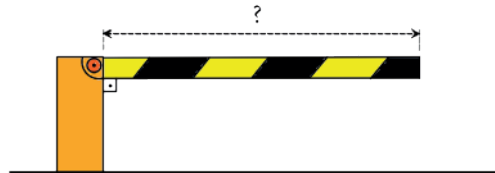
Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 1:

Şekil -1'de verilen açık durumdaki bariyerde, bariyerin bağlı olduğu ve yere dik konumdaki mekanizmanın yüksekliği 1 metredir. Bariyerin sağ ucunun yere uzaklığı 4 metre ve bariyer ucunun dik izdüşümü olan noktanın mekanizmaya uzaklığı 4 metredir.



Şekil -1



Şekil -2

Bariyer, Şekil - 2'deki gibi yere paralel konuma getiriliyor.

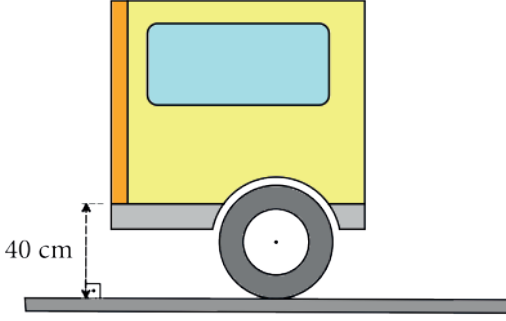
Buna göre bariyer uzunluğunun kaç metre olduğunu hesaplayınız.

(Cevap: 5 metre)

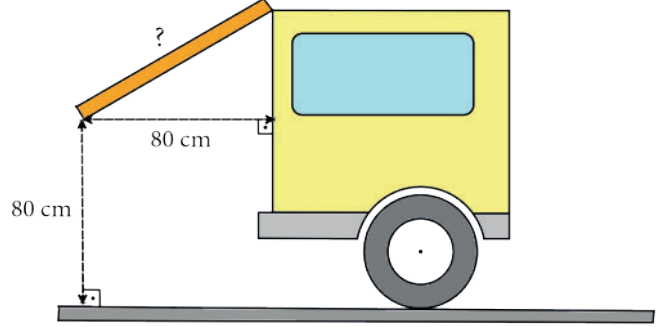


Örnek 2:

Şekil - 1'de verilen aracın kapalı durumdaki bagaj kapağının alt noktasının yere uzaklığı 40 cm dir. Bagaj kapağı Şekil - 2'deki gibi açıldığında kapağın yere uzaklığı 80 cm ve arabaya uzaklığı da 80 cm olmaktadır.



Şekil - 1



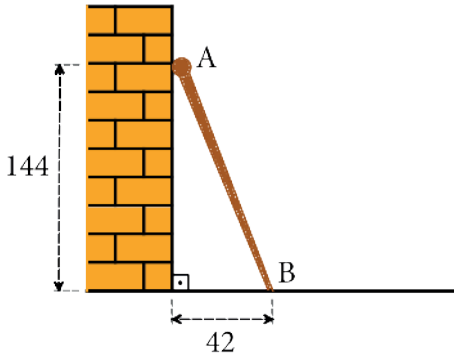
Şekil - 2

Buna göre kapağın uzunluğunun kaç santimetre olduğunu hesaplayınız.

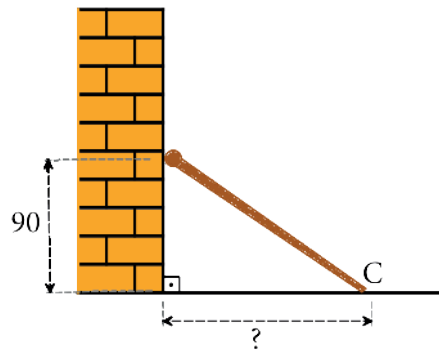
(Cevap: 100 cm)

Örnek 3:

Şekil - 1'de verilen yere dik durumdaki duvara dayalı bastonun yerdeki ucunun duvara uzaklığı 42 cm, bastonun duvara temas eden noktasının yere uzaklığı ise 144 cm dir.



Şekil - 1



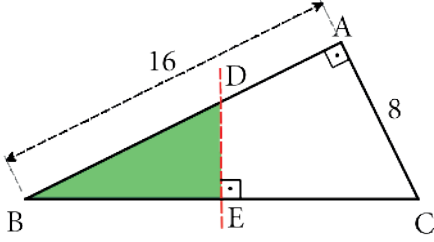
Şekil - 2

Şekil - 2'deki gibi kaydırıldığında bastonun duvara temas eden noktasının yere uzaklığı 90 cm olmaktadır.

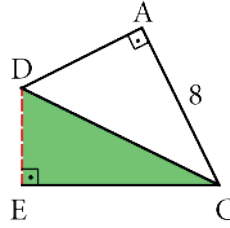
Buna göre bastonun yere temas eden C noktasının duvara uzaklığının kaç cm olduğunu hesaplayınız. (Cevap: 120 cm)

Örnek 4:

Şekil-1'de verilen ABC dik üçgeninde $[AB] \perp [AC]$, $|AB| = 16$ birim ve $|AC| = 8$ birimdir.



Şekil - 1



Şekil - 2

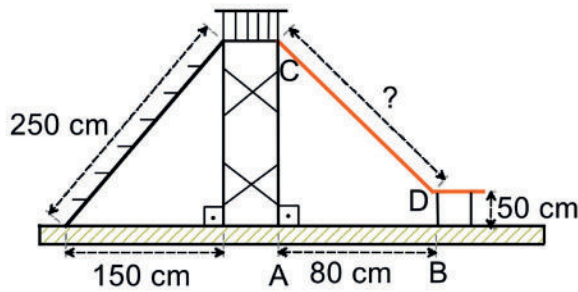
ABC dik üçgeninde B noktası $[DE] \perp [BC]$ olacak şekilde verilen DE doğrusu boyunca katlandığında B noktası Şekil - 2'deki gibi C noktasına gelmektedir.

Buna göre AD uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.

(Cevap: 6 birim)

Örnek 5:

Şekilde verilen kaydırafta merdivenin uzunluğu 250 cm ve yere temas eden noktasının merdivenin dayandığı platforma uzaklığı 150 cm dir. Kaydırağın eğimli kısmının yere izdüşümü olan AB doğru parçasının uzunluğu 80 cm ve kaydırağın yere paralel kısmının yerden yüksekliği 50 cm dir.



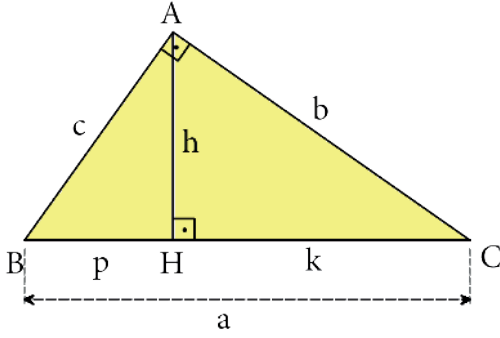
Buna göre kaydırağın eğimli CD uzunluğunun kaç santimetre olduğunu hesaplayınız.

(Cevap: 170 cm)



2. Yönerge

Bir dik üçgende dik açının olduğu köşeden karşı kenara indirilen dikme için aşağıdaki eşitliklerin olduğundan bahsedilir.



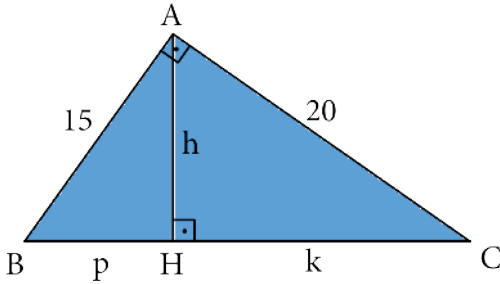
Yukarıdaki şekilde $[AB] \perp [AC]$, $[AH] \perp [BC]$, $|BC| = a$, $|AC| = b$, $|AB| = c$, $|AH| = h$, $|BH| = p$ ve $|HC| = k$ olmak üzere

- $h^2 = p \cdot k$
- $c^2 = p \cdot a$
- $b^2 = k \cdot a$
- $a \cdot h = b \cdot c$

eşitlikleri geçerlidir. Bu eşitliklerin **Öklid teoremi** olduğu vurgulanır.

Örnek 6:

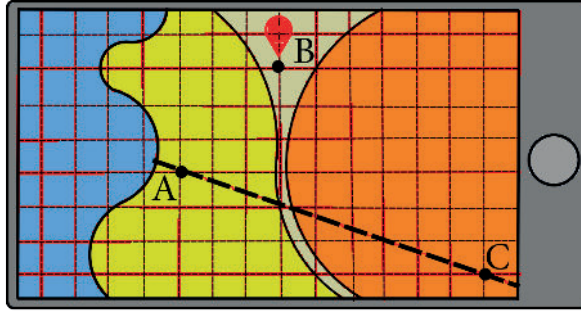
Aşağıda verilen ABC dik üçgeninde $[AB] \perp [AC]$, $[AH] \perp [BC]$ dir. $|AC| = 20$ birim, $|AB| = 15$ birimdir.



$|AH| = h$, $|BH| = p$ ve $|HC| = k$ olmak üzere $h + p + k$ toplamının kaç birim olduğunu hesaplayınız. (Cevap: 37 birim)

Örnek 7:

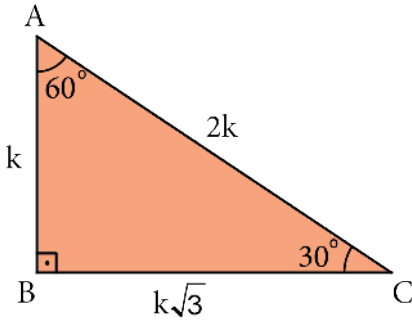
Doğa yürüyüşü için gezintiye çıkan Hakan, bir süre sonra kaybolduğunu fark etmiştir. Aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi cep telefonundan bulunduğu noktayı ve bölgeyi gösteren bir uygulama açmıştır. Uygulamada B noktası Hakan'ın bulunduğu noktayı A ve C noktaları ise bu noktalardan geçen doğrusal bir yolu göstermektedir.



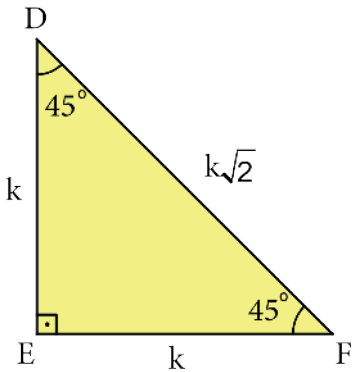
Haritayı oluşturan her bir birimkarenin kenar 5 km uzaklığı ifade ettiğine göre Hakan yola ulaşmak için kuş uçuşu en az kaç kilometre yol gitmelidir? (Cevap: $6\sqrt{10}$ km)

3. Yönerge

Açıları $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ olan bir üçgende hipotenüs uzunluğunun 30 derecelik açının karşısındaki kenar uzunluğunun 2 katı olduğu, 60 derecelik açının karşısındaki kenar uzunluğunun 30 derecelik açının karşısındaki kenar uzunluğunun $\sqrt{3}$ katı olduğu vurgulanır. Aşağıdaki şekilde verilen ABC üçgeni çizilir.



Açıları $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ olan bir üçgende hipotenüs uzunluğunun 45 derecelik açının karşısındaki kenar uzunluğunun $\sqrt{2}$ katı olduğu vurgulanır. Aşağıdaki şekilde verilen DEF üçgeni çizilir.

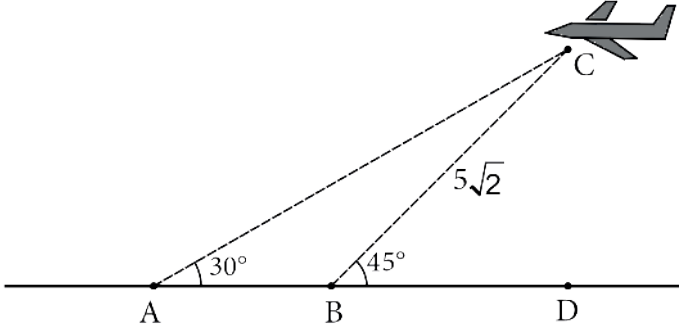


Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.



Örnek 8:

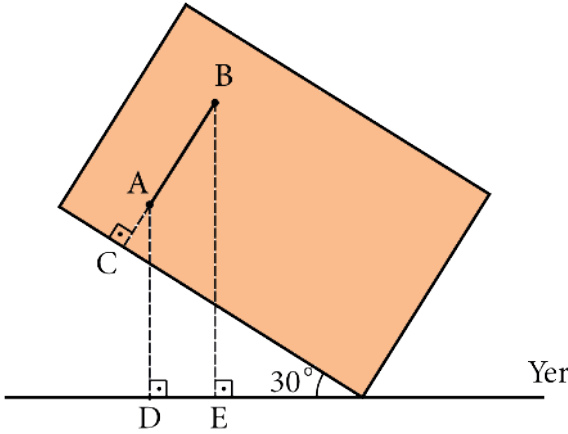
Aşağıdaki şekilde C noktasında verilen uçağın A ve B noktalarındaki hedefleri tespit ettiği anda B noktasındaki hedefe uzaklığı $5\sqrt{2}$ kilometredir.



$m(\widehat{CBD}) = 45^\circ$ ve $m(\widehat{CAD}) = 30^\circ$ olduğuna göre uçağın A noktasına uzaklığının kaç kilometre olduğunu hesaplayınız. (Cevap: 10 km)

Örnek 9:

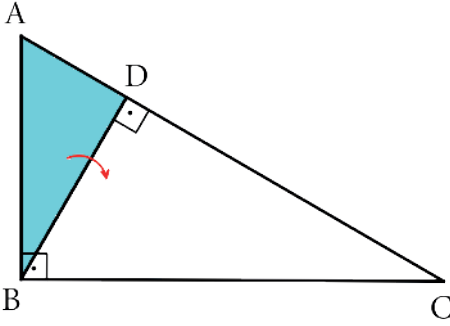
Şekilde verilen dikdörtgen şeklindeki panonun yer düzlemi ile yaptığı açı 30° dir. Pano üzerinde işaretli A, B ve C noktaları doğrusal olup BC doğru parçası panonun uzun kenarına diktir.



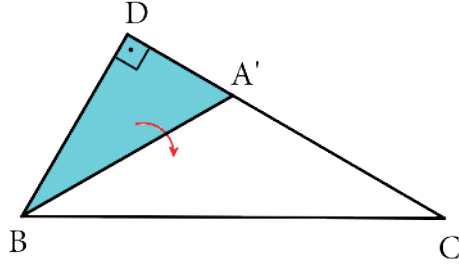
A ve B noktalarının yer düzlemine uzaklıkları sırasıyla 6 ve 9 birim olduğuna göre AB uzunluğunun kaç birim olduğunu hesaplayınız. (Cevap: $2\sqrt{3}$ birim)

Örnek 10:

Şekil - 1'deki ABC dik üçgeninde $[AB] \perp [BC]$ ve $[BD] \perp [AC]$ dir. ABD üçgeni BD boyunca katlandığında A köşesi Şekil - 2'deki gibi A' noktasına gelmektedir.

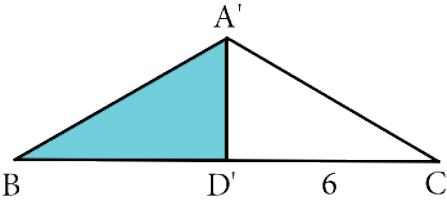


Şekil - 1



Şekil - 2

DBA' üçgeni Şekil - 3'teki gibi BA' boyunca katlandığında D noktası BC doğru parçası üzerindeki D' noktasına gelmektedir.



Şekil - 3

$|D'C| = 6$ birim olduğuna göre AB uzunluğunun kaç birim olduğunu hesaplayınız.
(Cevap: $4\sqrt{3}$ birim)

Ölçme - Değerlendirme

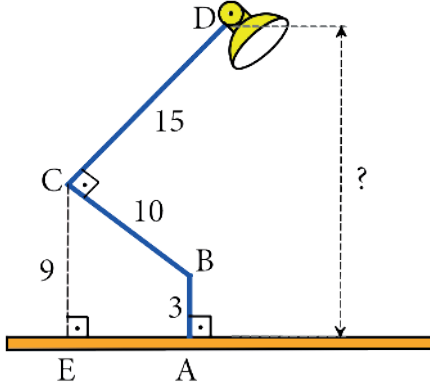
Çalışma kâğıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.



ÇALIŞMA KÂĞIDI

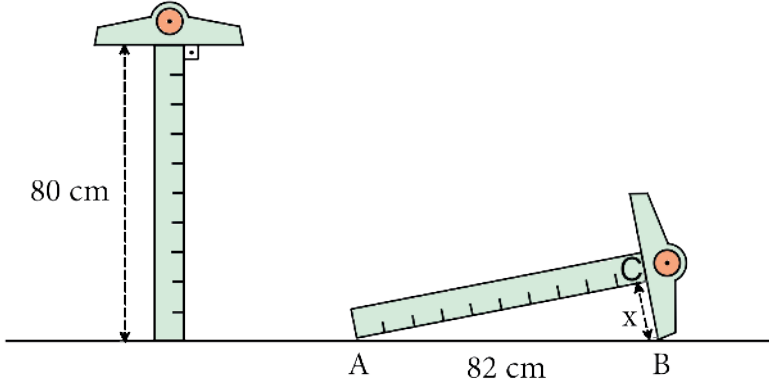
1. Aşağıdaki şekilde bir masa lambasını tutan parçaların uzunluk ve konumları verilmiştir.

$[AB] \perp [AE]$, $[DC] \perp [BC]$ dir. $|AB|=3$ birim, $|BC|=10$ birim, $|CD|=15$ birim ve $|CE|=9$ birimdir.



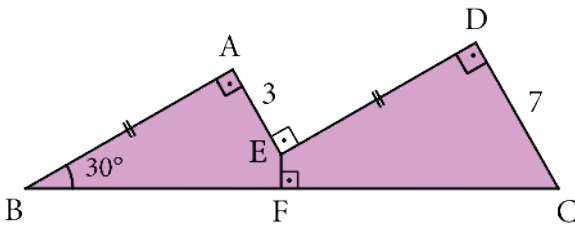
Buna göre D noktasının A ve E noktalarının bulunduğu düzleme olan uzaklığı kaç birimdir?

2. Şekilde verilen özdeş T cetvellerinin uzunluğu 80 santimetredir. T cetveli, şekildeki gibi A ve B noktalarında yere temas edecek şekilde konulduğunda $|AB|=82$ cm olmaktadır.



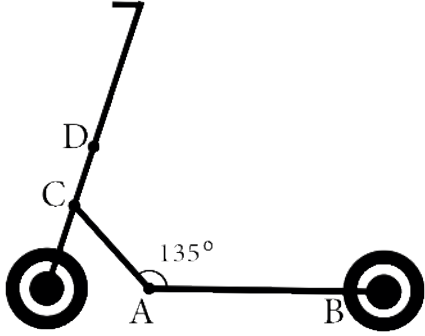
Buna göre BC uzunluğu kaç santimetredir?

3. Aşağıdaki şekilde $|AB|=|DE|$, $[AB] \perp [AE]$, $[AE] \perp [ED]$, $[ED] \perp [DC]$ ve $[EF] \perp [BC]$ dir. $m(\widehat{ABC})=30^\circ$, $|AE|=3$ birim ve $|DC|=7$ birimdir.

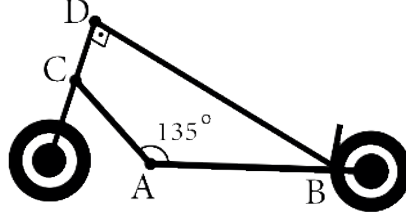


Buna göre EF uzunluğu kaç birimdir?

4. Şekil - 1'deki elektrikli bisiklette $m(\widehat{CAB}) = 135^\circ$, $|AB| = 10\sqrt{10}$ birim, $|AC| = 10\sqrt{5}$ birim ve $|DC| = 14$ birimdir.



Şekil - 1

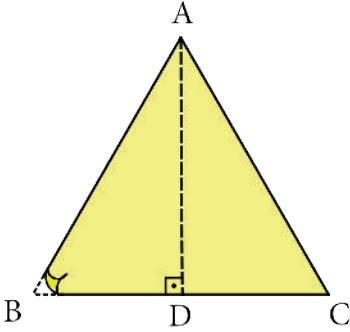


Şekil - 2

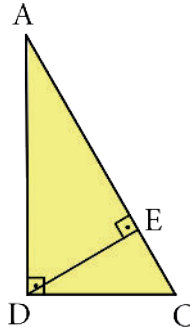
Bisiklet Şekil - 2'deki gibi D noktasından katlandığında E noktası B noktası ile çakışmakta ve $m(\widehat{CDB}) = 90^\circ$ olmaktadır.

Buna göre DB uzunluğu kaç birimdir?

5. Çevresinin uzunluğu 72 birim olan ABC eşkenar üçgeni şeklindeki kağıdın B köşesi AD yüksekliği boyunca katlandığında B noktası Şekil - 2'deki gibi C noktasına gelmektedir.

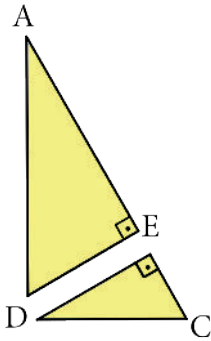


Şekil - 1

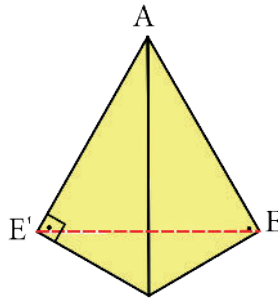


Şekil - 2

$[DE] \perp [AC]$ olmak üzere ADC üçgeni DE boyunca kesilip Şekil - 3'teki görüntü elde ediliyor.



Şekil - 3

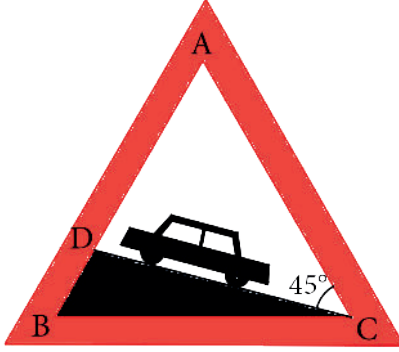


Şekil - 4

Şekil - 3'teki ADE üçgeni şeklindeki kağıt Şekil - 4'teki gibi açıldığında E noktası E' noktasına geldiğine göre EE' uzunluğu kaç birim olur?

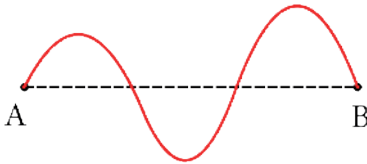


6. Aşağıdaki şekilde verilen yol levhasında ABC eşkenar üçgendir.

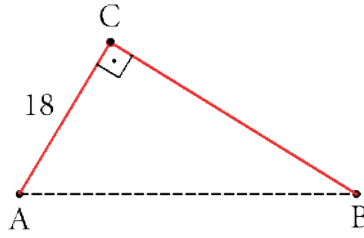


Levhada $m(\widehat{ACD}) = 45^\circ$ ve $|DC| = 12\sqrt{2}$ birim olduğuna göre AD uzunluğu kaç birimdir?

7. Şekil - 1'de verilen 42 cm uzunluğundaki kırmızı ip A ve B noktalarından bağlanmıştır. İp Şekil - 2'deki gibi C noktasından gergin bir şekilde sabitlendiğinde $|AC| = 18$ cm ve $[AC] \perp [CB]$ olmaktadır.

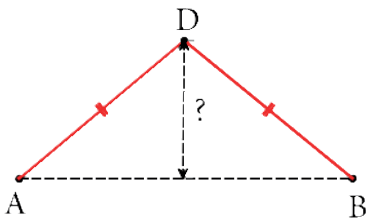


Şekil - 1



Şekil - 2

Aynı ip Şekil - 3'teki gibi $|AD| = |DB|$ olacak şekilde D noktasından gergin bir şekilde sabitleniyor.



Şekil - 3

Buna göre D noktasının AB doğru parçasına uzaklığı kaç santimetredir?

Öğrenme Alanı: Üçgenler

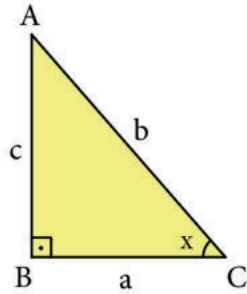
Alt Öğrenme Alanı: Trigonometri

Konu	Dik Üçgende Trigonometri	⌚ 40 + 40 dk.
Kazanımlar	9.4.4.3. Dik üçgende dar açılardan birinin karşı dik kenar uzunluğunun hipotenüs uzunluğuna oranının o açının sinüsü, dar açılardan birinin komşu dik kenar uzunluğunun hipotenüs uzunluğuna oranının o açının kosinüsü olduğu vurgulanır. Dar açılardan birinin karşı dik kenar uzunluğunun komşu dik kenar uzunluğuna oranının o açının tanjantı, dar açılardan birinin komşu dik kenar uzunluğunun karşı dik kenar uzunluğuna oranının o açının kotanjantı olduğu vurgulanır.	
Gerekli Materyaller:	Çalışma kâğıdı, kalem, cetvel, açıölçer.	

1. Yönerge

Öğrencilere, bir dik üçgende dar açılardan birinin karşıdaki dik kenar uzunluğunun hipotenüs uzunluğuna oranının o açının sinüsü, dar açılardan birinin komşu dik kenar uzunluğunun hipotenüs uzunluğuna oranının o açının kosinüsü olduğu vurgulanır. Dar açılardan birinin karşıdaki dik kenar uzunluğunun komşu dik kenar uzunluğuna oranının o açının tanjantı, dar açılardan birinin komşu dik kenar uzunluğunun karşı dik kenar uzunluğuna oranının o açının kotanjantı olduğu vurgulanır.

Öğrencilere, aşağıdaki dik üçgen çizdirilir.

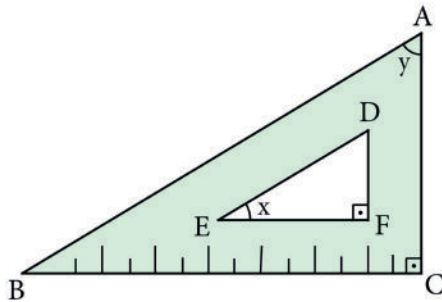


ABC dik üçgenindeki x açısına ait trigonometrik oranların, $\sin x = \frac{c}{b}$, $\cos x = \frac{a}{b}$, $\tan x = \frac{c}{a}$ ve $\cot x = \frac{a}{c}$ olduğu vurgulanır.

Aşağıdaki örnekler öğrencilere çözdürülür.

Örnek 1:

Şekildeki cetvelde ABC ve DEF dik üçgenleri benzerdir. $[AC] \perp [BC]$ ve $[DF] \perp [FE]$ olarak verilmiştir. $m(\widehat{DEF}) = x$, $m(\widehat{BAC}) = y$ ve $\tan x = \frac{5}{12}$ dir.



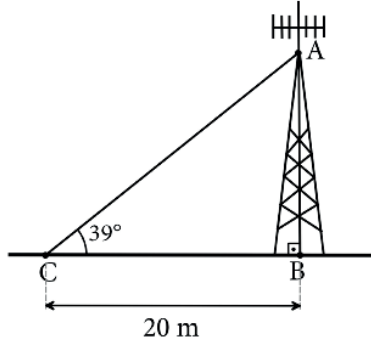
Buna göre siny değerinin kaç olduğunu hesaplayınız.

(Cevap: $\frac{12}{13}$)



Örnek 2:

Aşağıdaki şekilde B noktasında yere dik durumdaki verici gösterilmiştir.



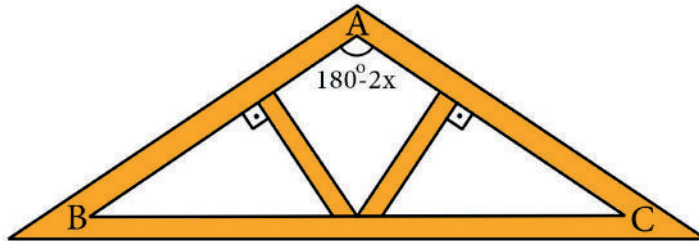
Verici üzerindeki A noktası ile yerde bulunan ve B noktasından 20 m uzaklıktaki C noktası doğrusal bir tel ile şekildeki gibi bağlanmıştır.

ACB açısının ölçüsü 39° olduğuna göre AB uzunluğunun kaç metre olduğunu hesaplayınız ($\tan 39 \approx 0,8$).

(Cevap: 16 metre)

Örnek 3:

Aşağıda bir çatı iskeletinin ABC ikizkenar üçgeni şeklindeki önden görünümü verilmiştir.

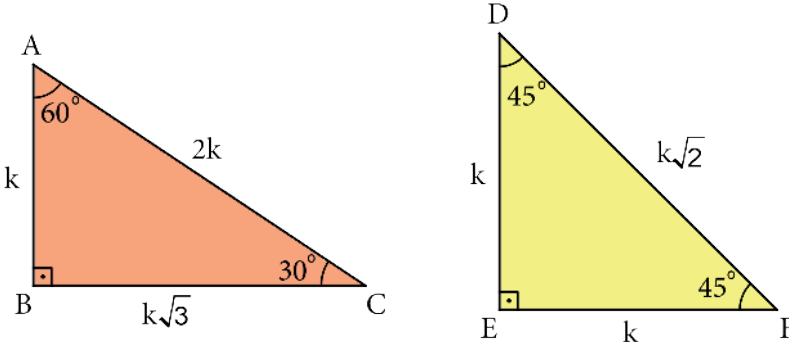


$|AB|=|AC|=10$ m, $|BC|=16$ m ve $m(\widehat{BAC})=180^\circ-2x$ olduğuna göre $\tan x$ değerini hesaplayınız.

(Cevap: $\frac{3}{4}$)

2. Yönerge

Öğrencilere aşağıdaki dik üçgenler çizdirilir.



Verilen dik üçgenlerden hareketle aşağıda yer alan tablodaki trigonometrik değerler bulunup tablo doldurulur.

	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
cot	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

Aşağıdaki örnekler öğrencilere çözdürülür.

Örnek 4:

$$\sin 30^\circ + \cos 60^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cot 60^\circ$$

işleminin sonucunu hesaplayınız.

(Cevap: $\frac{3}{4}$)

Örnek 5:

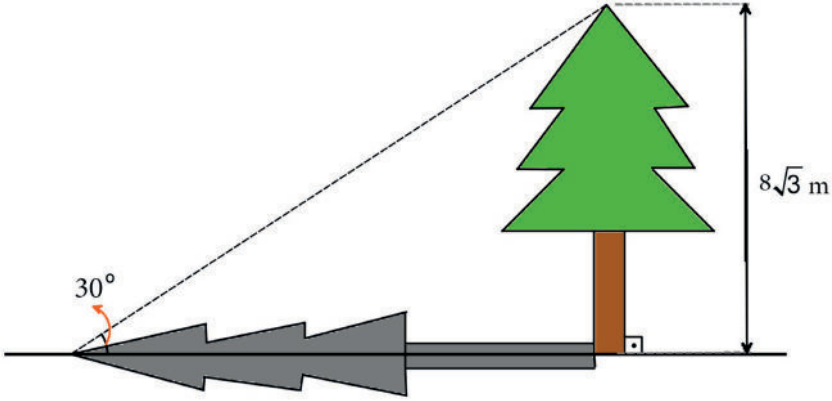
$$\frac{\sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ + \tan 45^\circ + \cot 45^\circ}{\sin 60^\circ \cdot \tan 60^\circ}$$

işleminin sonucunu hesaplayınız.

(Cevap: $\frac{5}{3}$)

**Örnek 6:**

Aşağıda verilen şekilde boyu $8\sqrt{3}$ metre olan ağaç yere dik konumludur.

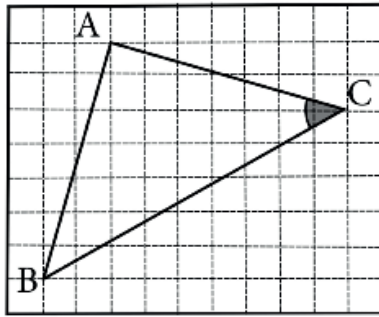


Güneş ışınlarının yer düzlemi ile yaptığı açı 30° olduğuna göre ağacın gölge uzunluğunun kaç metre olduğunu hesaplayınız.

(Cevap: 24 m)

Örnek 7:

Aşağıdaki şekilde birim kareli zemin üzerine ABC üçgeni çizilmiştir.



Buna göre ACB açısının tanjant değerini hesaplayınız.

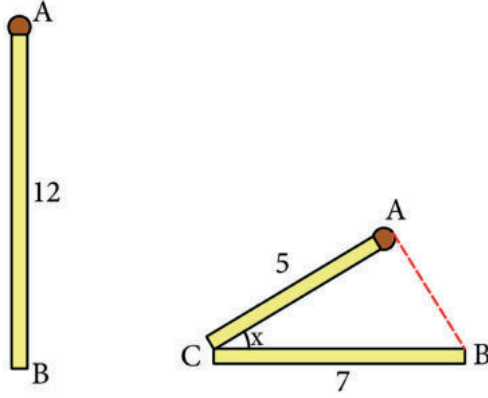
(Cevap: 1)

Ölçme – Değerlendirme

Çalışma kâğıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.

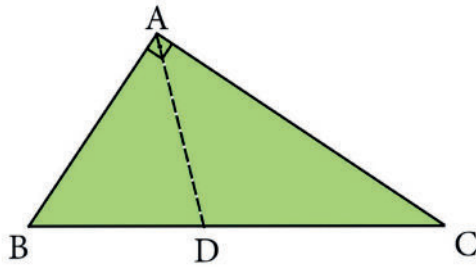
ÇALIŞMA KÂĞIDI

1. Şekilde yer alan 12 cm uzunluğundaki bir kibrit çöpü $|AC|=5$ cm ve $|CB|=7$ cm olacak şekilde C noktasından kırılıyor.

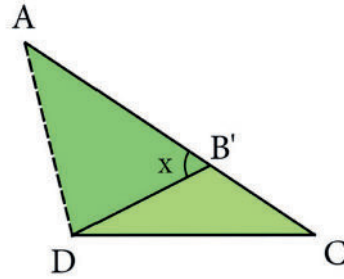


ACB açısının ölçüsü x° ve $\tan x = \frac{3}{4}$ olduğuna göre AB uzunluğu kaç santimetredir?

2. Şekil - 1'deki ABC dik üçgeninde $[BA] \perp [AC]$ olarak verilmiştir. ABC üçgeninin B köşesi AD doğru parçası boyunca katlandığında B noktası şekil - 2'deki gibi B' noktasına gelmektedir.



Şekil - 1

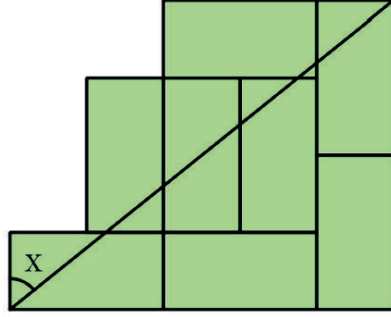


Şekil - 2

$m(\widehat{AB'D}) = x$ ve $m(\widehat{ACD}) = y$ olduğuna göre $\sin x - \cos y$ değeri kaçtır?

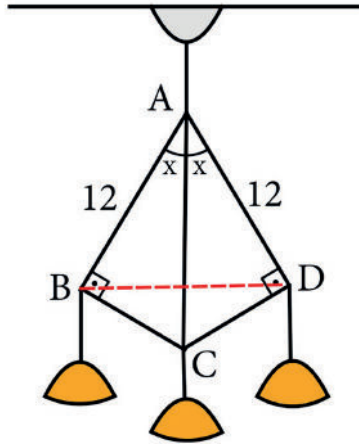


3. Aşağıdaki şekil 8 eş dikdörtgenden oluşmaktadır.



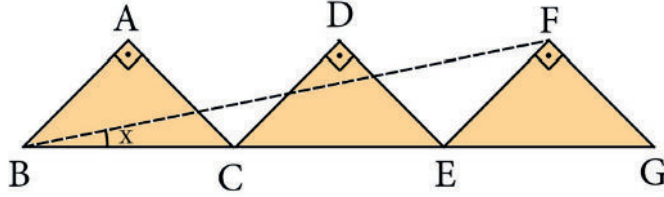
Buna göre x açısının kotanjant değeri kaçtır?

4. Aşağıdaki şekilde verilen avize görselinde $[AB] \perp [BC]$ ve $[AD] \perp [DC]$ olarak verilmiştir.



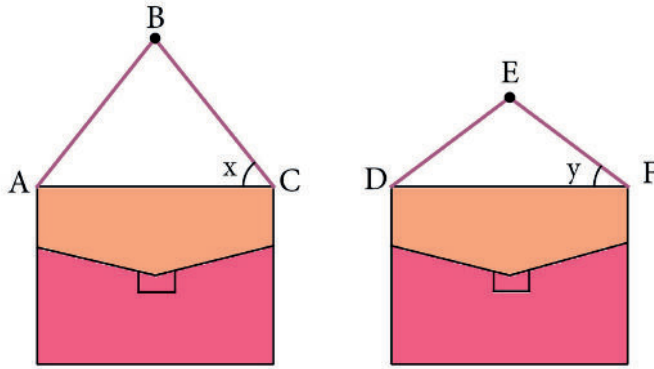
$|AB| = 12$ birim, $|AD| = 12$ birim, $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{CAD}) = x$ ve $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ olduğuna göre BD uzunluğu kaç birimdir?

5. ABC, DCE ve FEG dik üçgenleri eş ikizkenar üçgenler ve B, C, E, G noktaları doğrusaldır.



$m(\widehat{FBG}) = x$ olduğuna göre tanx değeri kaçtır?

6. Şekil - 1'de yer alan ve askı boyu 50 cm olan dikdörtgençanta B noktasından duvara asıldığında $|AB| = |BC|$ ve $m(\widehat{BCA}) = x$ olmaktadır.



Şekil - 1

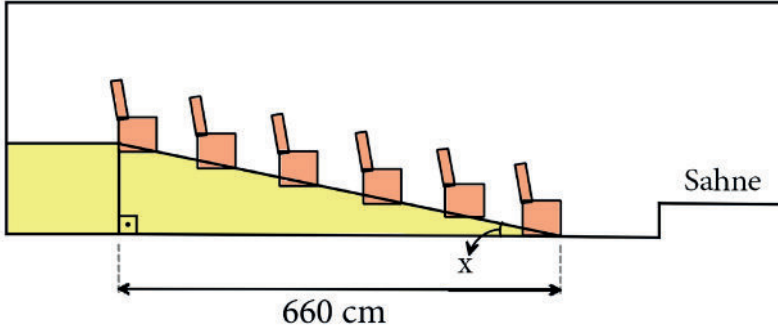
Şekil - 2

Bu çantanın askı boyu 10 cm kısaltılıp Şekil - 2'deki gibi E noktasından duvara asıldığında $m(\widehat{EFD}) = y$ olmaktadır.

$\sin x = \frac{4}{5}$ olduğuna göre cosy değeri kaçtır?



7. Aşağıdaki şekilde koltuk sıralarının sayısı 6 olan bir tiyatro salonunu planı yer almaktadır.



Salonun koltuklarının yerleştirildiği yerin eni 660 cm dir. Her bir koltuk bir ön sırada bulunan koltuktan 30 cm yukarıdadır.

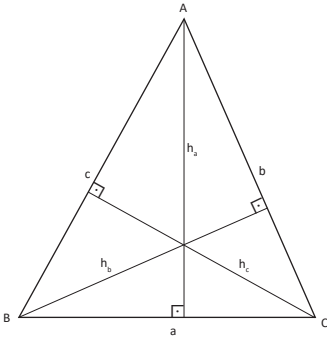
Koltukların bulunduğu yüzeyin yer ile yaptığı açı x olduğuna göre $\tan x$ değeri kaçtır?

Konu	Üçgenin Alanı	⌚ 40 + 40 dk
Kazanımlar	9.4.5.1. Üçgenin alanı ile ilgili problemler çözer.	
Gerekli Materyaller:	Çalışma kâğıdı	

1. Yönerge

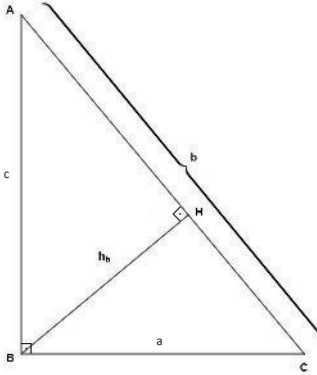
Üçgenin alanı, herhangi bir kenar uzunluğu ile bu kenara ait yüksekliğin çarpımının yarısı olarak tanımlanır. Dar, dik ve geniş açılı üçgenlerin alan hesaplanmasında kullanılan formüller bu tanımdan yola çıkılarak ifade edilir.

Dar Açılı Üçgenin Alanı:



$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

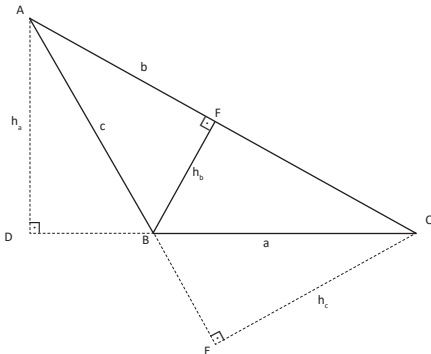
Dik Açılı Üçgenin Alanı:



$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot c}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2}$$

Geniş Açılı Üçgenin Alanı:

Geniş açılı üçgende diklik merkezinin üçgenin dışında olduğu vurgulanır.



$A(\widehat{ABC}) > 90^\circ$ olmak üzere

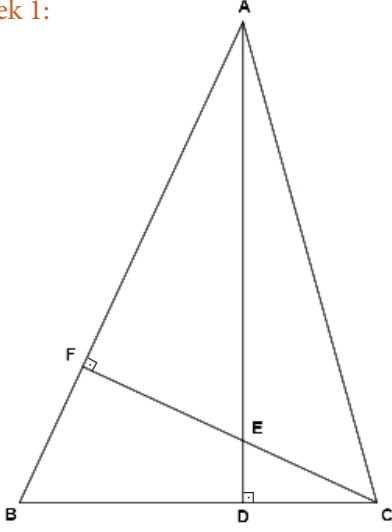
$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$



2. Yönerge

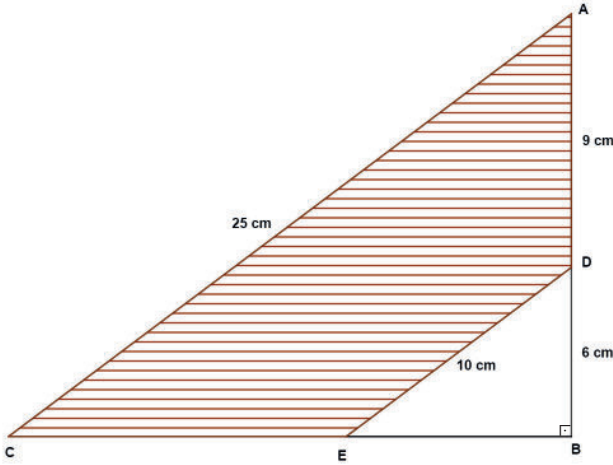
Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 1:



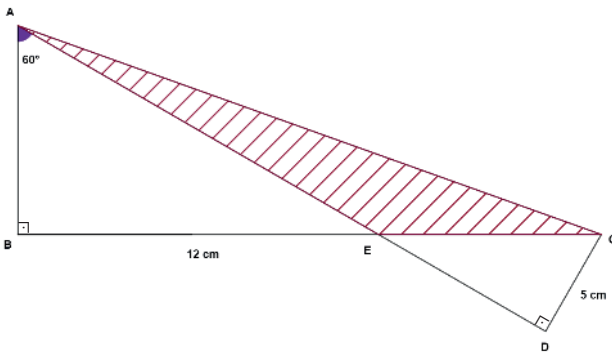
Şekildeki ABC üçgeni için
 $[AD] \perp [BC]$, $[CF] \perp [AB]$,
 $|AB| = 12$ birim, $|CF| = 6$ birim,
 $|BC| = 8$ birim ise AD uzunluğunu bulunuz.
 (Cevap: 9)

Örnek 2:



Şekilde $[AB] \perp [BC]$ olmak üzere
 $|AC| = 25$ birim, $|DE| = 10$ birim,
 $|AD| = 9$ birim ve $|BD| = 6$ birimdir.
 Buna göre taralı bölgenin alanını bulunuz.
 (Cevap: 126)

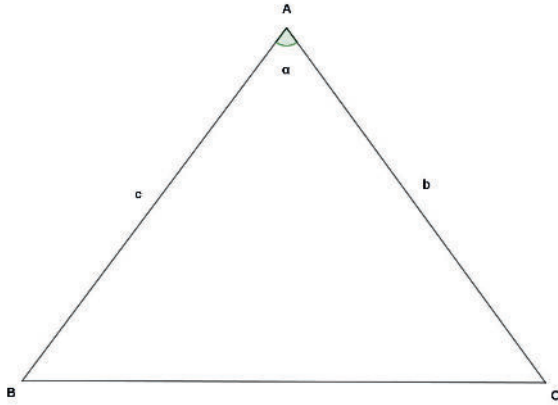
Örnek 3:



Şekilde $[AB] \perp [BC]$ ve $[AD] \perp [DC]$
 olmak üzere $m(\widehat{BAD}) = 60^\circ$,
 $|BE| = 12$ cm ve $|CD| = 5$ cm dir. Buna
 göre taralı bölgenin alanını bulunuz.
 (Cevap: $20\sqrt{3}$)

3. Yönerge

İki kenarının uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açının ölçüsü verilen bir üçgenin alanının hesaplanmasında tanımlanan formülün



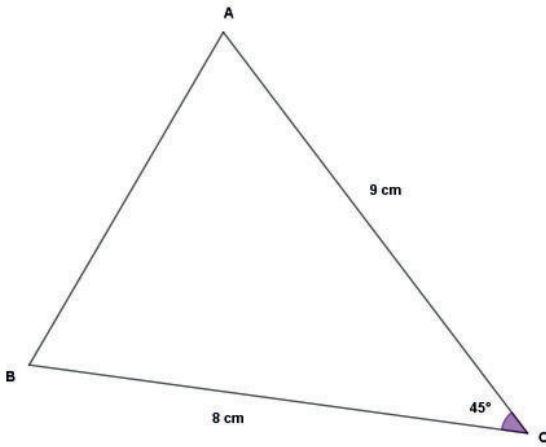
$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$$

olduğu belirtilir.

4. Yönerge

Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 4:



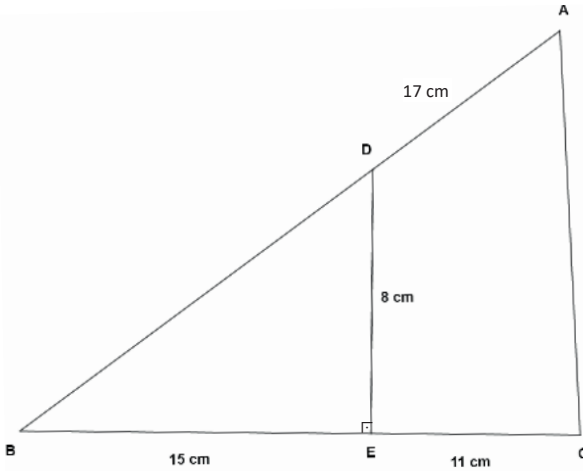
Şekildeki ABC üçgeninde

$|AC| = 9 \text{ cm}$, $|BC| = 8 \text{ cm}$ ve $m(\widehat{ACB}) = 45^\circ$ olarak verilmiştir.

Buna göre ABC üçgeninin alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

(Cevap: $18\sqrt{2}$)

Örnek 5:



Şekildeki ABC üçgeninde $[DE] \perp [BE]$ ve A, D, C noktaları ve B, E, C noktaları doğrusal olmak üzere

$|AD| = 17 \text{ cm}$, $|DE| = 8 \text{ cm}$,

$|CE| = 11 \text{ cm}$ ve $|BE| = 15 \text{ cm}$ olarak verilmiştir.

Buna göre ACED dörtgeninin alanının kaç santimetrekare olduğunu bulunuz.

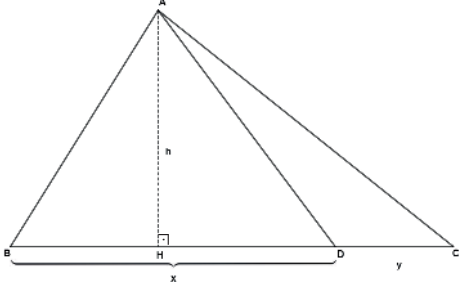
(Cevap: 148)



5. Yönerge

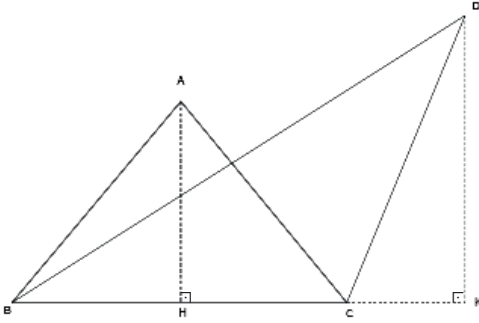
Aynı yüksekliğe sahip üçgenlerin alanlarıyla tabanları, aynı tabana sahip üçgenlerin alanlarıyla yükseklikleri arasındaki ilişki vurgulanır.

Aynı Yüksekliğe Sahip Üçgenler:



$$\frac{A(\widehat{ABD})}{A(\widehat{ACD})} = \frac{x}{y}$$

Aynı Taban Uzunluğuna Sahip Üçgenler:

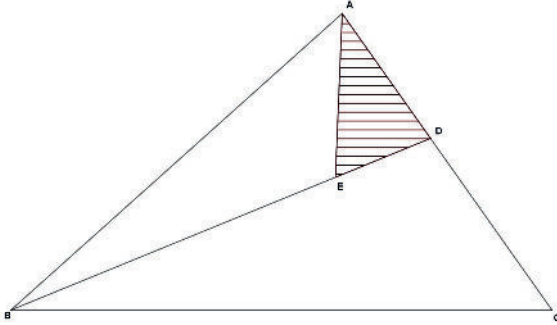


$$\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DBC})} = \frac{|AH|}{|DK|}$$

6. Yönerge

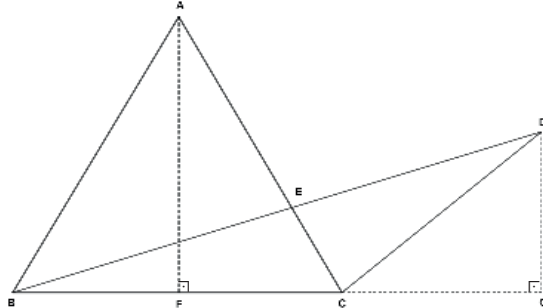
Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 6:



Şekildeki ABC üçgeni için
 $|BE| = 3|DE|$, $3|AD| = 2|CD|$ olarak verilmiştir.
 ABC üçgeninin alanı 40 cm^2 olduğuna göre ADE
 üçgeninin alanı kaç santimetrekaredir?
 (Cevap: 4)

Örnek 7:



Şekilde $[AF] \perp [BC]$, $[DG] \perp [BG]$ ve

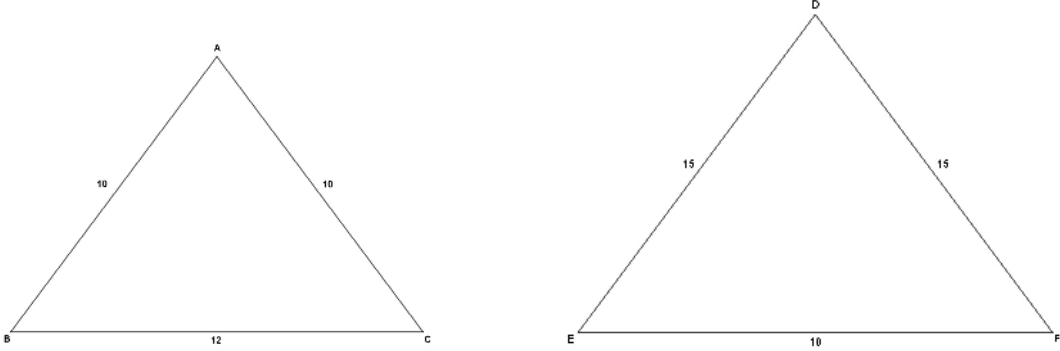
$$\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DBG})} = \frac{5}{2} \text{ olduğuna göre}$$

$$\frac{|DG|}{|AF|} \text{ oranı kaçtır?}$$

$$\left(\text{Cevap: } \frac{2}{5} \right)$$

7. Yönerge

Öğrencilerden $|AB| = |AC| = 10$ cm, $|BC| = 12$ cm olacak şekilde ABC, $|DE| = |DF| = 15$ cm, $|EF| = 18$ cm olacak şekilde DEF ikizkenar üçgenleri çizmeleri istenir.



İkizkenar üçgenin özellikleri hatırlatılarak öğrencilerden ABC ve DEF üçgenlerinin alanlarını bulmaları istenir.

(Cevap: 48 - 108)

8. Yönerge

7. yönergeden hareketle benzer üçgenlerin alanları ile benzerlik oranları arasındaki ilişki belirtilir.

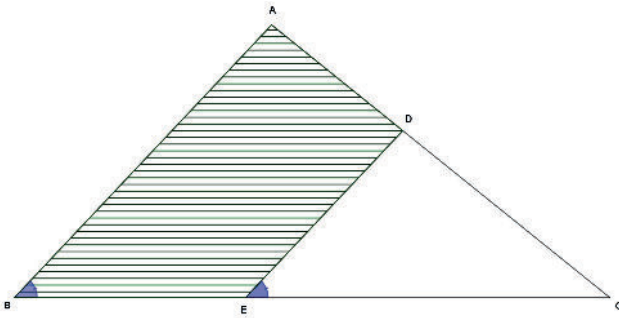
$A(\widehat{ABC}) \sim A(\widehat{DEF})$ benzerlik oranı k ise

$$\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DEF})} = k^2 \text{ olur.}$$

9. Yönerge

Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmen tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 8:

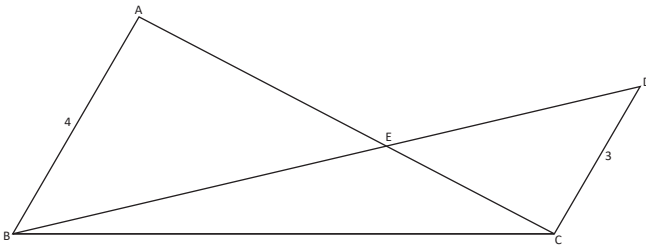


Şekilde $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DEC})$, $\frac{|DE|}{|AB|} = \frac{3}{4}$ ve

$A(\widehat{ABC}) = 96\text{cm}^2$ olarak verilmiştir. Buna göre $A(ABED)$ kaç birimkaredir?

(Cevap: 42)

Örnek 9:



Şekilde $[AC] \cap [BD] = \{E\}$, $AB \parallel DC$, $|AB| = 4$ cm, $|CD| = 3$ cm olarak verilmiştir. BCD üçgeninin alanı 42cm^2 olduğuna göre ABE üçgeninin alanı kaç santimetrekaredir?

(Cevap: 32)

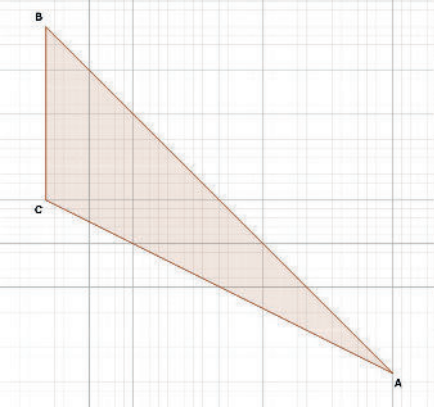
Ölçme - Değerlendirme

Çalışma kâğıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.



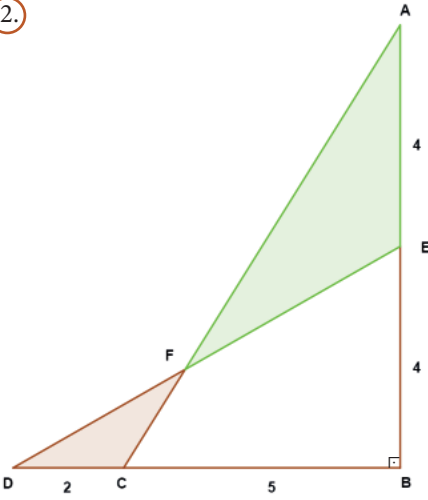
ÇALIŞMA KÂĞIDI

1.



Birimkarelere ayrılmış yandaki düzlemde yer alan ABC üçgeninin alanını bulunuz.

2.

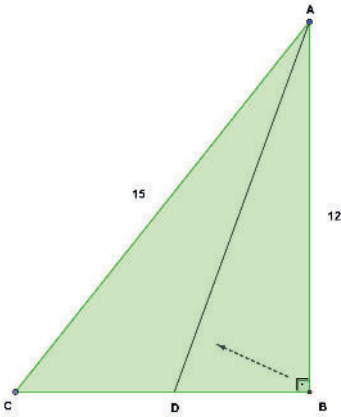


Şekilde $[AB] \perp [BD]$, $[AC] \cap [DE] = \{F\}$,
 $|AE| = |BE| = 4$ cm, $|BC| = 5$ cm ve $|CD| = 2$ cm olarak verilmiştir.
 $A(\widehat{AEF}) = S_1$ cm², $A(\widehat{CDF}) = S_2$ cm² olduğuna göre $S_1 - S_2$ farkı kaç santimetrekaredir?

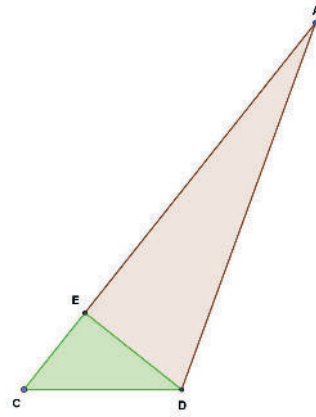
3.

Şekil 1'deki ABC dik üçgeninde $[AB] \perp [BC]$,
 $|AB| = 12$ cm ve $|AC| = 15$ cm olarak verilmiştir.

ABC dik üçgeni, B köşesinden $[AD]$ boyunca katlandığında B noktası $[AC]$ üzerindeki E noktası ile çakışmakta ve bunun sonucunda Şekil 2'deki görünüm elde edilmektedir.



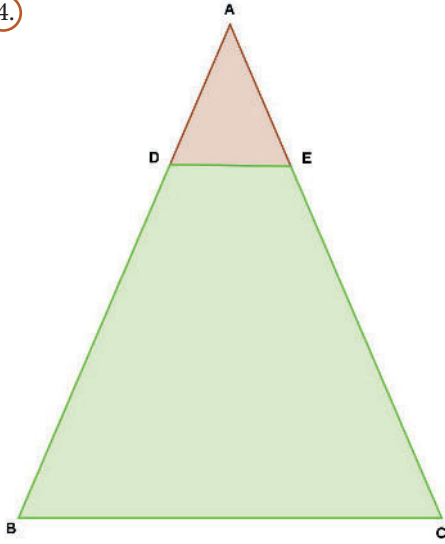
Şekil 1



Şekil 2

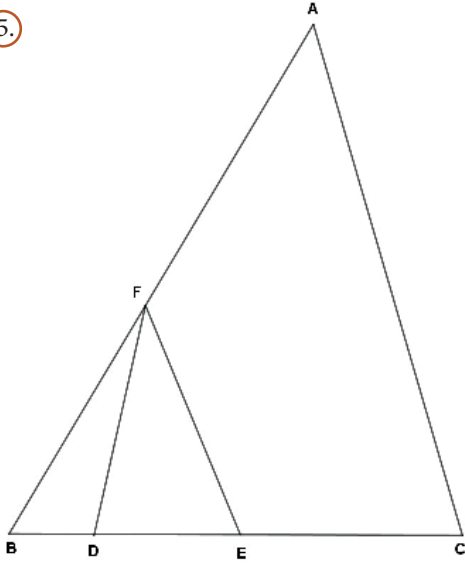
Buna göre $A(\widehat{CDE})$ kaç santimetrekaredir?

4.



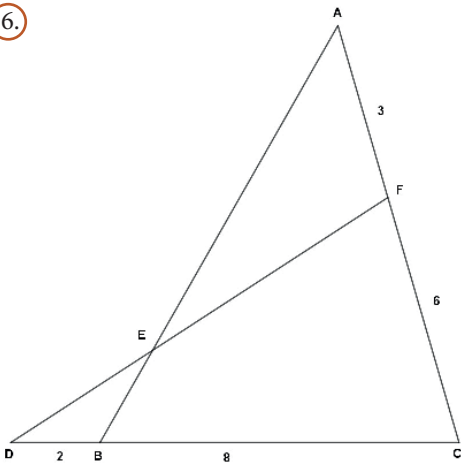
Şekilde üçgen biçiminde ve iki farklı renge boyanmış bir oyun alanı görseli vardır. $[DE] \parallel [BC]$ olacak biçimde boyanan oyun alanında yeşil bölüm kırmızı bölümün 15 katıdır. Buna göre BC uzunluğunun DE uzunluğuna oranını bulunuz.

5.



Şekildeki ABC üçgeninde $6|BD| = 3|DE| = 2|CE|$, $2|AF| = 3|BF|$ olarak verilmiştir. $A(\widehat{ABC}) = 60 \text{ cm}^2$ olduğuna göre $A(\widehat{BDF})$ kaç santimetrekaredir?

6.

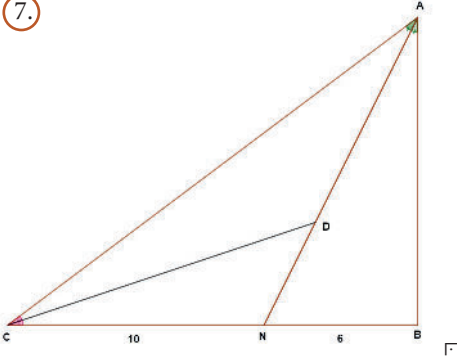


Şekildeki ABC ve FDC üçgenlerinde $|AF| = 3 \text{ cm}$, $|FC| = 6 \text{ cm}$, $|DB| = 2 \text{ cm}$ ve $|BC| = 8 \text{ cm}$ olarak verilmiştir.

Buna göre $\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{FDC})}$ oranı kaçtır?

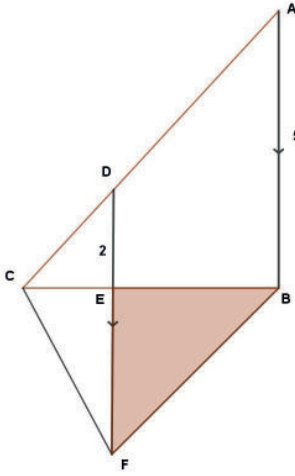


7.



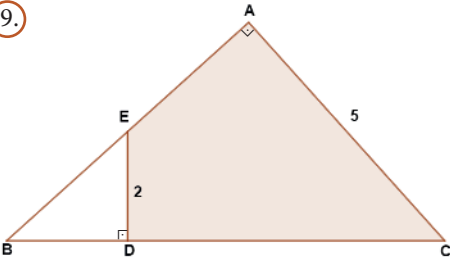
Şekildeki ABC üçgeninde $|AB| \perp |BC|$, $[AN]$ ve $[CD]$ açıortay, $|BN| = 6$ birim, $|CN| = 10$ birim olarak verilmiştir. Buna göre $A(\widehat{CDN})$ kaç birimkaredir?

8.



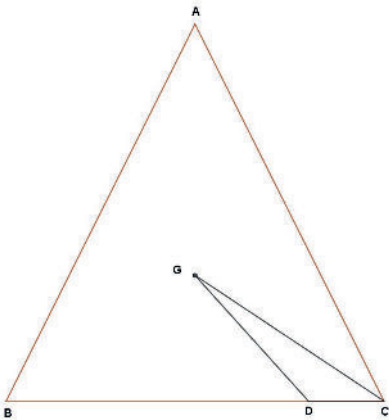
Şekilde $[AB] \parallel [DF]$, $|DE| = 2$ cm, $|AB| = 5$ cm olarak verilmiştir.
Buna göre $A(\widehat{CEF}) = 12\text{cm}^2$ olduğuna göre $A(\widehat{BEF})$ kaç birimkaredir?

9.



Şekildeki ABC üçgeninde $[AB] \perp [AC]$, $[BD] \perp [DE]$, $|DE| = 2$ cm, $|AC| = 5$ cm olarak verilmiştir.
 $A(\widehat{ABC}) = 50\text{cm}^2$ olduğuna göre $A(ACDE)$ kaç santimetrekaredir?

10.



Şekildeki ABC üçgenin ağırlık merkezi G noktası ve $|BC| = 4|CD|$ olarak verilmiştir. $A(\widehat{CDG}) = 6\text{cm}^2$ olduğuna göre $A(\widehat{ABC})$ kaç santimetrekaredir?

**Öğrenme Alanı: Veri, Sayma ve Olasılık** **Alt Öğrenme Alanı: Veri**

Konu	Merkezî Eğilim ve Yayılım Ölçüleri	🕒 40 + 40 dk
Kazanımlar	9.5.1.1. Verileri merkezî eğilim ve yayılım ölçülerini hesaplayarak yorumlar.	
Gerekli Materyaller:	Çalışma kâğıdı	

1. Yönerge

Öğrencilere “Boyun kaç santimetre?” ve “Son bir ayda kaç kitap okudun?” soruları sorulur. Boy uzunlukları ve okunan kitap sayıları birer veri grubu oluşturacak şekilde tahtaya yazılır.

2. Yönerge

Veri kavramı, kesikli veri ve sürekli veri çeşitleri tanımlanır.

Veri; günlük yaşamda sağlık, ekonomi, eğitim ve iş gibi birçok alana yönelik konularda ölçüm, sayım, deney, gözlem veya araştırma yoluyla elde edilen toplanmış ve çözümlenmiş bilgilerdir.

Sayısal veriler iki bölüme ayrılır:

Kesikli Veri: Belirli bir aralıktaki tüm reel sayı değerlerini alamayan veri türü.

Sürekli Veri: Ölçümler sonucu elde edilen, belirli bir aralıktaki bütün gerçek sayı değerlerini alabilen veri türü. Sürekli veriler genellikle ondalık sayılarla ifade edilir.

Öğrencilerden, 1. Yönerge’de oluşturulan veri gruplarının hangi sayısal veri türüne ait olduğunu belirtmeleri istenir.

3. Yönerge

Merkezî eğilim ölçüleri, bir veri grubunun hangi değer etrafında toplandığını gösteren sayısal değerler olarak tanımlanır. Merkezî eğilim ölçüleri olan aritmetik ortalama, ortanca (medyan) ve tepe değerin (mod) nasıl bulunduğu aşağıdaki gibi açıklanır.

Veri grubunda bulunan verilerin toplamının veri sayısına bölünmesi ile elde edilen değere **aritmetik ortalama** denir ve bu değer \bar{X} ile gösterilir.

$$\bar{X} = \frac{\text{Sayısal verilerin toplamı}}{\text{Veri sayısı}} \text{ formülü ile hesaplanır.}$$

Terim sayısı tek olan veri gruplarında terimler küçükten büyüğe sıralandığında **ortanca** ortadaki sayıdır. Terim sayısı çift olan veri gruplarında ise ortanca ortadaki iki sayının ortalamasıdır.

Grupta en çok tekrar eden veri **tepe değer**dir. Aynı sayıda birden çok tekrar eden veri varsa tepe değer de birden çoktur. Tekrar eden veri yoksa tepe değer de yoktur.

4. Yönerge

Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 1:

Öğrenci Sayısı	6	3	7	4
Biyoloji Puanı	50	60	80	85

Yukarıdaki tabloda, bir sınıftaki öğrencilerin biyoloji sınavından aldığı puanlar ve aynı puanı alanların sayısı yer almaktadır. Buna göre öğrencilerin biyoloji sınavı puanlarının ortalamasını bulunuz.

(Cevap: 69)

Örnek 2:

Yaş ortalaması 18 olan 16 kişilik bir öğrenci grubundan yaşları 9 ve 13 olan iki öğrenci ayrılıyor. Kalan grubun yaş ortalaması kaçtır? (Cevap: 19)



Örnek 3:

İsim \ Sınav	1. Sınav	2. Sınav	3. Sınav
Aykut	68	79	90
Baha	73	77	81
Cumhur	59	79	96

Yukarıdaki tabloda Aykut, Baha ve Cumhuriyet adlı öğrencilerin matematik sınavından aldığı puanlar yer almaktadır. Verilere göre en başarılı öğrenciyi bulunuz.

(Cevap: Aykut)

Örnek 4:

İsim	Ali	Bariş	Ceren	Derya	Elif	Fatma	Gamze	Harun
Kitap Sayısı	5	3	5	6	9	7	5	3

Yukarıdaki tabloda 9-A sınıfında okuyan 8 öğrencinin bir dönem boyunca okudukları kitap sayıları verilmiştir. Bu veri grubunun ortancasını ve tepe değerini bulunuz.

(Cevap: Tepe değer: 5, Ortanca: 5)

Örnek 5:

6, 15, x, 4, 5, 8, 5, 10, 12 veri grubunun ortancası 7 olduğuna göre bu grubun aritmetik ortalaması kaçtır?

(Cevap: 8)

Örnek 6:

Bir basketbolcunun oynadığı son yedi maçta attığı sayılar 12, 8, x, 14, 13, 12, 14 şeklindedir. Bu sporcunun maçlarda attığı sayıların oluşturduğu veri grubunun tepe değeri 12 olduğuna göre grubun ortancası kaçtır?

(Cevap: 12)

5. Yönerge

Merkezî yayılım ölçüleri, bir veri grubundaki verilerin birbirine yakınlık veya uzaklığı hakkında bilgi veren ölçüler olarak tanımlanır. Merkezî yayılım ölçüleri olan en büyük değer, en küçük değer ve açıklığın (aralık) nasıl bulunduğu aşağıdaki gibi açıklanır.

Bir veri grubunda bulunan en küçük sayıya **en küçük değer**, en büyük sayıya **en büyük değer** denir. Veri grubunda bulunan en büyük değer ile en küçük değer arasındaki farka **açıklık** denir.

6. Yönerge

Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 7:

9, 12, 3, 10, 28, 10, 5, 23, x şeklinde verilen veri grubunun açıklığı 26 olduğuna göre x in alabileceği değerler toplamını bulunuz.

(Cevap: 31)



7. Yönerge

İsim \ Maç	1. Maç	2. Maç	3. Maç	4. Maç	5. Maç
Aysun	4	5	2	1	8
Özge	3	3	5	5	4
Duygu	11	1	1	2	5

Yukarıdaki tablo tahtaya çizilip Aysun, Özge ve Duygu'nun son 5 voleybol maçında takımlarına kazandırdığı sayıların bilgisi verilir. En istikrarlı sporcunun tespitinde aritmetik ortalama bilgisinin yeterli olup olmadığı sorulur. Tabloda adları bulunan voleybolcuların kazandırdığı sayıların aritmetik ortalamalarının aynı olduğu tespiti yapılır. En istikrarlı sporcunun tespit edilebilmesi için standart sapma bilgisine ihtiyaç duyulacağı ifade edilir.

8. Yönerge

Bir veri grubundaki sayıların birbirine yakınlığını ve uyumluluğunu ölçen yöntem **standart sapma** olarak tanımlanır. Standart sapma değerine nasıl ulaşılabileceği aşağıdaki gibi açıklanır.

- x_1, x_2, \dots, x_n veri grubunun aritmetik ortalaması olan \bar{X} değeri bulunur.
- Her bir verinin aritmetik ortalamadan farkının karesi alınır ve toplanır.
- Bulunan toplam veri sayısının bir eksiğine bölünür ve karekökü alınır.

Standart sapma S ile gösterilir ve şu şekilde bulunur:

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + (x_3 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

Standart sapma azaldıkça verilerin dağılımının daha homojen olduğu bir diğer ifadeyle veriler arası farklılıkların azaldığı ifade edilir. Öğrencilerden 7. Yönerge'deki örneği bu kez standart sapma bilgisini de kullanarak çözmeleri istenir. (Cevap: Özge)

9. Yönerge

Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 8:

6, 3, 9, x, 4 veri grubunun aritmetik ortalaması 6 olduğuna göre standart sapma kaçtır?

(Cevap: $\frac{\sqrt{26}}{2}$)

Örnek 9:

	1. Gün	2. Gün	3. Gün	4. Gün	5. Gün
A	3	4	6	3	5
B	8	1	2	3	6
C	11	1	1	1	6
D	5	4	3	5	3
E	6	3	3	6	2

Yukarıdaki tabloda bir beyaz eşya yetkili servisine son 5 günde gelen A, B, C, D ve E markalı buzdolapların sayısı verilmiştir. Buna göre hangi marka buzdolabının bozulma riski en azdır?

(Cevap: D)

Ölçme – Değerlendirme

Çalışma kâğıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.



ÇALIŞMA KÂĞIDI

1. $2x$, $x - 2$, $x + 4$, $3x - 5$, x veri grubunun aritmetik ortalaması 9 olduğuna göre x değeri kaçtır?

2. Bir fabrikada çalışan işçilerin yaşları 30, 27, y , 32, 33, 30, 32 olarak verilmiştir. İşçi yaşlarının oluşturduğu veri grubunun tepe değeri 30 olduğuna göre veri grubunun ortancası kaçtır?

3.

Ay	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Kitap Sayısı	5	4	5	6	7	4	5	9	4	4	6	6

Yukarıdaki tabloda bir öğrencinin yıl içinde okuduğu kitap sayısının aylara göre değişimi verilmiştir. Öğrencinin aylara göre okuduğu kitap sayısının oluşturduğu veri grubunda

x = veri grubunun tepe değeri,

y = veri grubunun ortancası olmak üzere

$2x + y$ kaçtır?

4. $2x - 3$, $x + 4$, $y + 2$ veri grubunun standart sapması 0 olduğuna göre $x \cdot y$ kaçtır?

5. Bir kuruyemişçi kilogramını 12 TL ye aldığı 40 kg çekirdek ile kilogramını 21 TL ye aldığı 20 kg çekirdeği karıştırarak satıyor. Buna göre kuruyemişçi elde ettiği karışımın 1 kilogramını ortalama kaç TL ye almış olur?



6. Bir hastanenin acil servisine son bir saatte gelen hastaların ateşleri

37,6°	37,4°	38°	39°	38°	36,5°	38,5°	39°	38°
-------	-------	-----	-----	-----	-------	-------	-----	-----

olarak ölçülmüştür. Elde edilen değerler bir veri grubu oluşturmaktadır. Bu veri grubuna göre aşağıdaki tabloda verilen merkezî eğilim ve yayılım ölçülerini ilgili alana yazınız.

Merkezî Eğilim ve Yayılım Ölçüleri	Cevap
Aritmetik ortalanma	
Tepe değer	
Ortanca	
Açıklık	

7. 9, 10, 11, 13, 15, 15, 18, 20 sayı dizisinde 13 sayısı iki artırılıyor. Buna göre oluşan merkezî eğilim ve yayılım ölçüleri hakkında aşağıdaki tabloda yer alan ifadeler doğru ise karşlarına “D”, yanlış ise “Y” yazınız.

İfadeler	D/Y
Aritmetik ortalama değişmiştir.	
Ortanca değişmemiştir.	
Tepe değer değişmiştir.	
Açıklık değişmemiştir.	

8. Biyoloji öğretmeni Hamza Bey, ulusal bir proje yarışmasında okullarını temsil etmek üzere 3 öğrenci seçecektir. Yıl içinde yaptığı biyoloji sınavlarında ilk beşe giren Aslı, Berk, Cengiz, Didem ve Elfin'in bu sınavlarda aldığı puanların ortalama ve standart sapmaları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Öğrenci	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma
Aslı	93	2,1
Berk	91	2,3
Cengiz	91	2,5
Didem	89	2,3
Elfin	91	2,2

Buna göre öğretmen, proje yarışması için hangi öğrencileri seçmelidir?



9. 26, 24, 20, 21, 16, 18, 14, x , y veri grubunun hem aritmetik ortalaması hem de ortancası 19 olduğuna göre $x - y$ kaçtır? ($x > y$)

10. 9, 6, 8, 5, 9, 9, 3, x , 5, 8 veri grubunun iki farklı tepe değeri olduğuna göre x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?



Öğrenme Alanı: Veri, Sayma ve Olasılık Alt Öğrenme Alanı: Veri

Konu	Merkezi Eğilim ve Yayılm Ölçüleri	⌚ 40 + 40 dk
Kazanımlar	9.5.2.1. Bir veri grubuna ilişkin histogram oluşturur. 9.5.2.2. Gerçek hayat durumunu yansıtan veri gruplarını uygun grafik türleriyle temsil ederek yorumlar.	
Gerekli Materyaller:	Çalışma kâğıdı	

1. Yönerge

Gruplandırılmış bir veri topluluğunda, verilerin tekrar etme sayılarının bitişik dikdörtgen şeklindeki sütunlar hâlinde gösterimi **histogram** olarak tanımlanır. Histogramın genelde sürekli verilerin gösteriminde kullanıldığı belirtilir. Grafik çizimi yapılırken izlenecek adımlar aşağıdaki gibi açıklanır:

- Veriler küçükten büyüğe doğru sıralanır.
- Açıklık bulunur.
- İstenen grup sayısı belirlenir.
- Grup genişliği belirlenir.

Grup genişliği şu şekilde belirlenir: $\text{Grup genişliği} > \frac{\text{Açıklık}}{\text{Grup sayısı}}$

Grup genişliğinin $\frac{\text{Açıklık}}{\text{Grup sayısı}}$ değerinden büyük **en küçük** tam sayı olduğu vurgulanır.

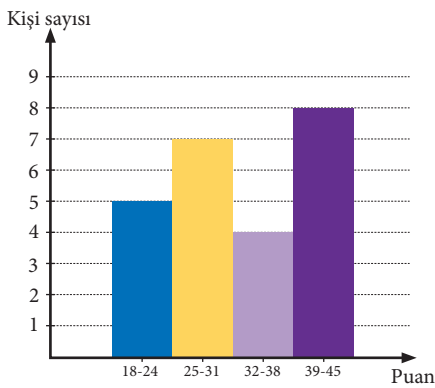
2. Yönerge

Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

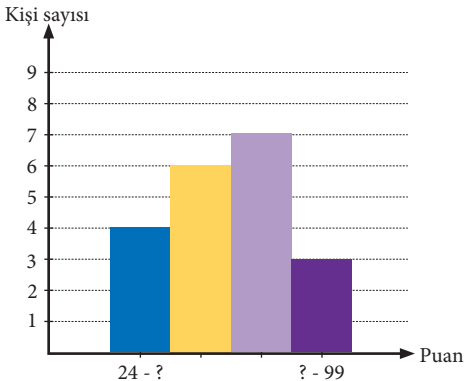
Örnek 1:

Bir mağazaya son bir saat içinde giren 24 müşterinin yaşları 18, 28, 33, 37, 39, 19, 41, 45, 44, 32, 30, 24, 25, 26, 39, 26, 29, 43, 36, 44, 40, 22, 23, 29 olarak verilmiştir. Bu verileri 4 gruplu histogram grafiğinde gösteriniz.

Cevap:



Örnek 2:



Yandaki histogramda 12-A sınıfı öğrencilerinin kimya sınavından aldığı puanlarla ilgili veriler yer almaktadır. Buna göre

- Grup genişliğini,
- Hangi aralıkta en az sayıda kişinin puan aldığını,
- Hangi aralıkta en çok sayıda kişinin puan aldığını bulunuz.

(Cevap: i.) 19, ii.) 81 - 99, iii.) 62 - 80)



3. Yönerge

Grafik yoluyla birden fazla verinin birbirine göre durumunun kıyaslandığı, verilerin birbirlerine göre hangi konum ve seviyede bulunduğu ifade edilir.

4. Yönerge

Çizgi grafiği, sürekli verilerin yatay ve düşey eksendeki değerleri işaretlenerek bulunan noktaların düz çizgilerle birleştirilmesi sonucunda elde edilen grafik türü olarak tanımlanır.

5. Yönerge

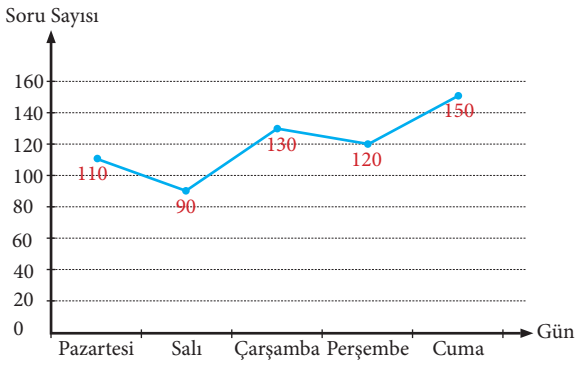
Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 3:

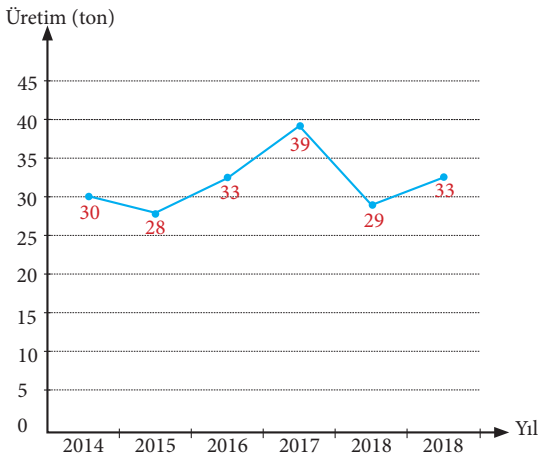
Gün	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma
Soru sayısı	110	90	130	120	150

Yukarıdaki tabloda bir öğrencinin soru çözdüğü günler ve o günlerde çözdüğü soru sayıları yer almaktadır. Bu verileri çizgi grafiği ile gösteriniz.

Cevap:



Örnek 4:



Yandaki grafikte bir buğday üreticisinin yıllara göre buğday üretim miktarları gösterilmiştir. Buna göre

- En az ve en çok üretim yapılan yılları,
- Son 6 yıldaki ortalama üretimin yaklaşık kaç ton olduğunu,
- Veri grubunun açıklığını bulunuz.

(Cevap: i. En az 2015 - en çok 2017, ii. 32, iii. 11)

6. Yönerge

Sütun grafiği, veri gruplarını karşılaştırmak için dik koordinat sisteminde yatay ya da düşey olacak şekilde sütun ya da çubuk kullanılarak çizilen grafik türü olarak tanımlanır. Sütun grafiğinin kesikli veriler için kullanıldığı belirtilir.

7. Yönerge

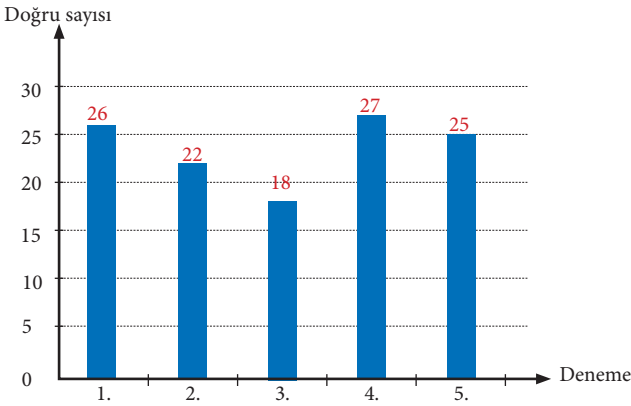
Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 5:

Deneme	1.	2.	3.	4.	5.
Doğru sayısı	26	22	18	27	25

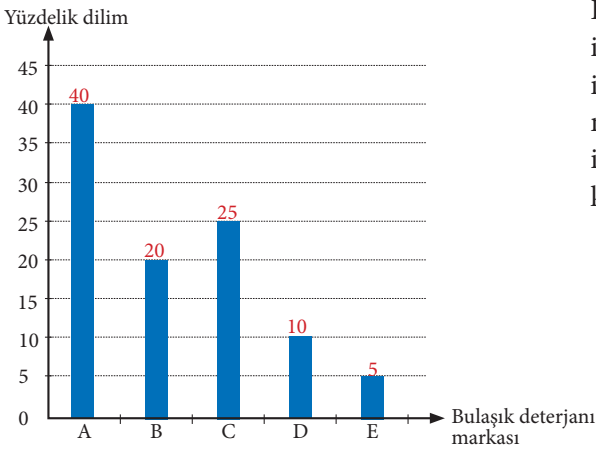
Yukarıdaki tabloda bir öğrencinin 30 soruluk 5 farklı matematik denemesinde yaptığı doğru sayıları yer almaktadır. Bu tablodaki verileri sütun grafiği ile gösteriniz.

Cevap:



Örnek 6:

10 000 kişilik bir ankette ev hanımlarına A, B, C, D ve E ile isimlendirilen beş farklı bulaşık deterjanından hangisini tercih ettikleri sorulmuştur. Anket sonuçlarının yüzdeler dağılımı aşağıdaki grafikte gösterilmiştir.



Buna göre

- En çok tercih edilen markanın hangisi olduğunu,
- C ve E markalarını seçen kişi sayılarının ortalamasını,
- En az ve en çok tercih edilen markaları kullanan kişi sayılarının oranını bulunuz.

(Cevap: i.) A, ii.) 1 500, iii.) $\frac{1}{8}$)



8. Yönerge

Daire (pasta, dilim) grafiği, verilerin bütüne olan oranını daire dilimleri şeklinde gösteren grafik türü olarak tanımlanır. Daire grafiğine verilerin merkez açıyla orantılı olarak yerleştirildiği belirtilir. Bütünün parçaları hakkında yorum yapılmasını sağlayan en güçlü yöntemin bu grafik türü olduğu ifade edilir.

9. Yönerge

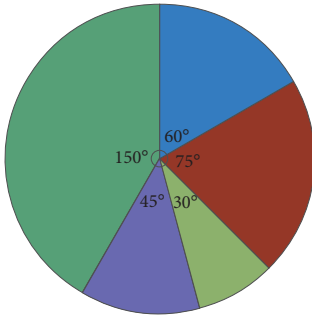
Aşağıdaki örneklerin çözümü öğrenciler ve gerektiğinde öğretmenler tarafından gerçekleştirilir.

Örnek 7:

Meyve	Armut	Elma	Muz	Nar	Portakal
Üretim (kg)	180	225	90	135	450

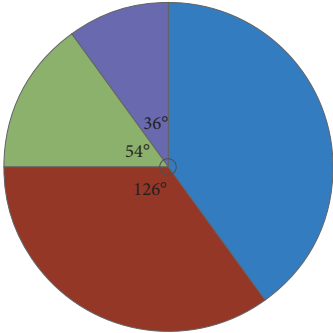
Yukarıdaki tabloda bir çiftçinin yetiştirdiği meyveler ve bu meyvelerin üretim miktarları verilmiştir. Bu tablodaki verileri daire grafiği ile gösteriniz.

Cevap:



■ Armut ■ Elma ■ Muz ■ Nar ■ Portakal

Örnek 8:



■ Fenerbahçe ■ Galatasaray ■ Beşiktaş ■ Trabzonspor

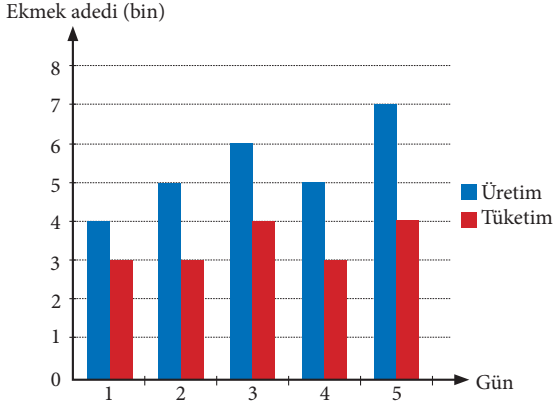
Yukarıdaki grafikte bir mahallede yaşayan kişilerin taraftarı oldukları futbol takımına göre dağılımı verilmiştir.

Fenerbahçe'yi destekleyen 7200 kişi bulunduğu göre

- Fenerbahçe'yi destekleyen kişilere ait dilimin merkez açısını,
- Mahalledeki toplam kişi sayısını,
- Beşiktaş'ı destekleyen kişilerin 800 ü kadın olduğuna göre Beşiktaş'ı destekleyen erkek sayısını,
- Trabzonspor'u destekleyen kişi sayısının Fenerbahçe'yi destekleyen kişi sayısına oranını bulunuz.

(Cevap: i.) 144° , ii.) 18000, iii.) 1900, iv.) $\frac{1}{4}$)

Örnek 9:



Yukarıdaki sütun grafiği bir mahalledeki 5 günlük ekmekek üretim-tüketim adetlerini göstermektedir. Gün içinde tüketilmeyen ekmeğın israf edildiği varsayılırsa

- 5 günde tüketilen ekmekek sayısının üretilen ekmekek sayısına oranını,
- 5 günde israf edilen ekmekek sayısını,
- 1 ekmeğın 2 TL olduğu kabul edilirse 5 gün boyunca israf edilen ekmekek tutarının ilk 2 günde tüketilen ekmekek tutarından ne kadar fazla olduğunu bulunuz.

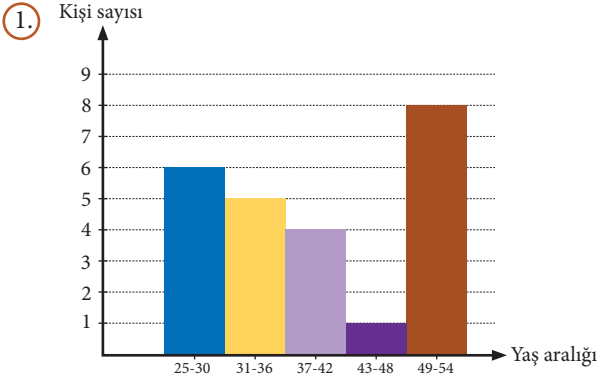
(Cevap: i.) $\frac{17}{27}$, ii.) 10 000, iii.) 8000 TL)

Ölçme - Değerlendirme

Çalışma kâğıdındaki sorular öğrencilere ödev olarak verilir.

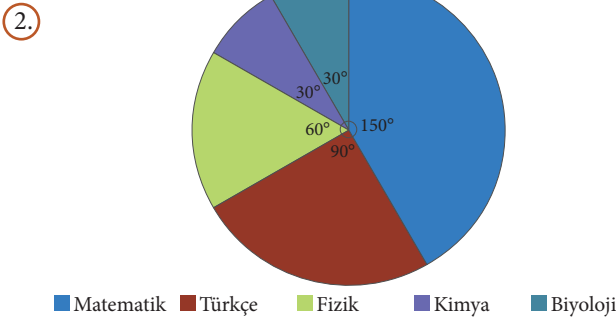


ÇALIŞMA KÂĞIDI

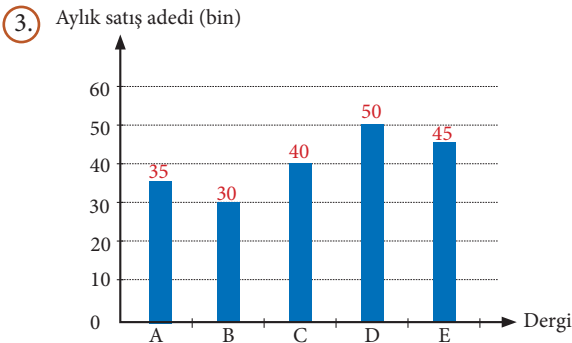


Yukarıdaki histogramda bir okulda görev yapan öğretmenlerin sayısı ve yaş aralığı yer almaktadır. Bu verilere göre

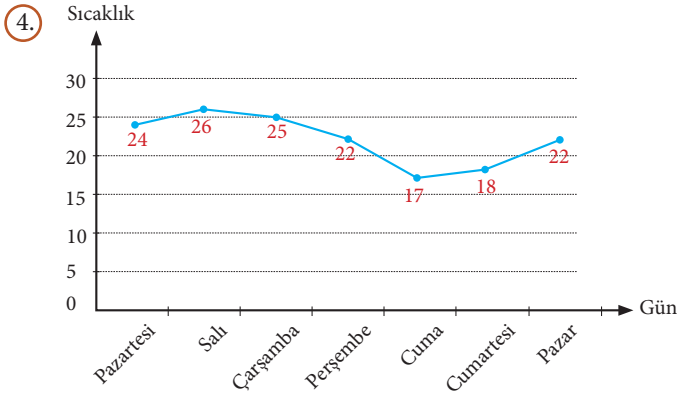
- Okulda kaç öğretmenin görev yaptığını,
- Öğretmenlerin yaşlarına ait veri grubunun açıklığını,
- Öğretmenlerin yaşlarına ait veri grubunun genişliğini bulunuz.



Yukarıdaki grafik Aslı'nın bir hafta boyunca çözdüğü soruların branşlara göre sayısal dağılımını göstermektedir. Aslı'nın çözdüğü matematik soruları kimya sorularından 240 fazla olduğuna göre fizikten çözülen soru sayısı kaçtır?

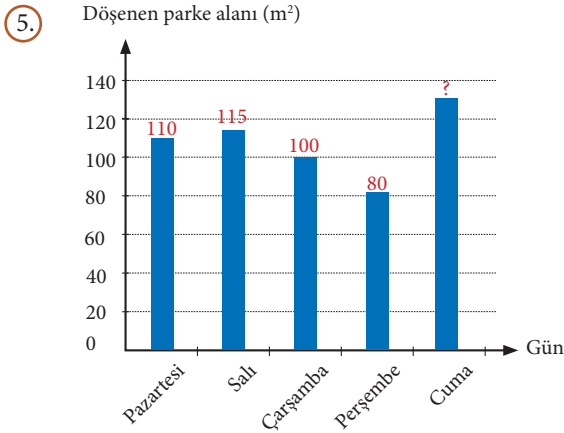


Yukarıdaki grafik 5 farklı derginin aylık satış adedini göstermektedir. Aylık satış adetleri daire grafiği ile gösterildiğinde C dergisine ait dilimin merkez açısı kaç derece olur?

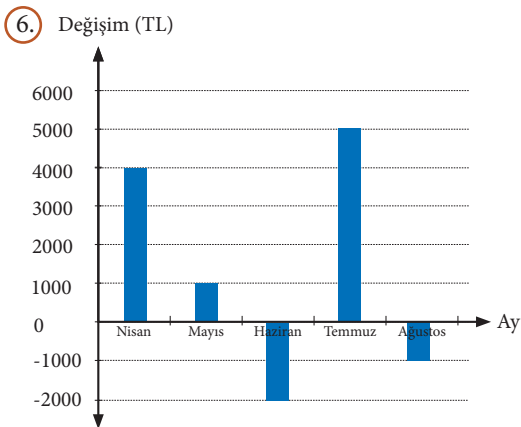


Yukarıdaki grafikte 2019 yılı Temmuz ayının ilk haftasına ait Trabzon ili sıcaklık değerleri yer almaktadır. Buna göre

- Haftalık sıcaklık değerlerinin ortalamasını,
- Haftalık sıcaklık değerlerinin standart sapmasını bulunuz.



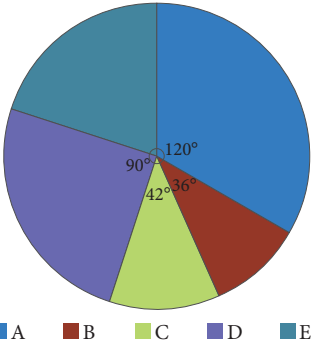
Yukarıdaki grafik bir parke ustasının 5 gün boyunca döşediği parke alanını göstermektedir. Veriler daire grafiği olarak gösterildiğinde cuma gününe ait daire diliminin merkez açısı 90° olur. Buna göre cuma günü döşenen parke alanı kaç metrekaredir?



Yukarıdaki grafikte bir aracın satış fiyatının belirli aylardaki değişim miktarları yer almaktadır. Alış fiyatı 60 000 TL olan bir araç, mart ayında %10 kârla satılmıştır. Aynı araç ağustos ayında satılsaydı fiyatı ne olurdu?



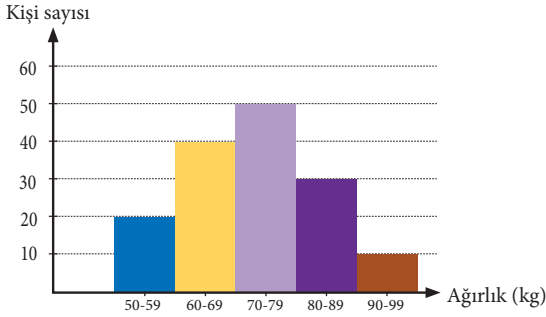
7.



Yukarıdaki grafik bir şehre gelen turistlerin vatandaşı oldukları ülkelerin dağılımını göstermektedir. Buna göre

- E ülkesinden gelen turist sayısını gösteren daire diliminin merkez açısını,
- A ülkesinden gelen turist sayısının 800 olduğu bilindiğine göre bu şehre gelen toplam turist sayısını,
- D ülkesinden gelen turist sayısının toplam turist sayısının yüzde kaç olduğunu bulunuz.

8.



Yukarıdaki histogramda bir fabrikadaki işçilerin ağırlıklarıyla işçi sayılarının değişimi yer almaktadır. Buna göre

- Fabrikadaki işçi sayısını,
- Histogramın grup genişliğini,
- Fabrikadaki 70-79 kg ağırlığındaki işçi sayısını,
- Fabrikadaki işçilerin yüzde kaçının 80-89 kg arasında olduğunu bulunuz.



CEVAP ANAHTARI

Üçgenler (9.4.1.1.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
30°	54°	70°	35°	30°	10°	25 cm ³	90°	30°	80°

Üçgenlerde Açık Kenar Bağlılıları (9.4.1.2.a, 9.4.1.3.a)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	$c + 15$	10	15	3	5	14	9	$ BC < AC < AB $	35

Üçgenler (9.4.2.1., 9.4.2.2., 9.4.2.3.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
15	9	110	21	18	4	2,4	9	4	12	21	21	26	8	21

İç ve Dış Açılırtay (9.4.3.1.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
65	132	5	6	9	24	12	1	300	2

Üçgende Kenarortay, Orta Dikme ve Diklik Merkezi (9.4.3.2., 9.4.3.4.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
48	13	24	E	25	2	8	98	$11\sqrt{5}$

Pisagor ve Öklid Teoremleri (9.4.4.1., 9.4.4.2.)

1	2	3	4	5	6	7
21	18	$\sqrt{3}$	48	18	$8\sqrt{3}$	$6\sqrt{6}$



Dik Üçgende Trigonometri (9.4.4.3.)

1	2	3	4	5	6	7
$3\sqrt{2}$ cm	0	$\frac{4}{5}$	12 br	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{22}$

Üçgenin Alanı (9.4.5.1.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
16	6	6	4	4	$\frac{6}{5}$	20	18	42	72

Merkezî Eğilim ve Yayılım Ölçüleri (9.5.1.1.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	30	13	63	15	Aritmetik ortalama = 38 Tepe değeri = 38 Ortanca = 38 Açıklık = 2,5	D Y Y D	Aslı Berk Elfin	6	13

Merkezî Eğilim ve Yayılım Ölçüleri (9.5.2.1., 9.5.2.2.)

1	2	3	4	5	6	7	8
i.) 24 ii.) 29 iii.) 6	120	72	i.) 22 ii.) $\sqrt{\frac{35}{3}}$	135 m ²	73 000 TL	i.) 72° ii.) 2 400 iii.) %25	i.) 150 ii.) 10 iii.) 50 iv.) %20